

Concursul regional de matematică „Ioan Aron”
clasa a VI-a
etapa județeană - 29 martie 2025

1. a) Fie numerele naturale nenule x, y și

$$a = \frac{3x+y}{4y+3}, \quad b = \frac{4y+1}{13} \quad \text{și} \quad c = \frac{15}{3x+y}.$$

Dacă $a = b = c$, determinați x și y .

- b) Fie proporția $\frac{3^{2025} + 3^{2024} + 3^{2023} + \dots + 3^2 + 3}{n} = \frac{m}{2}$.

Aflați ultima cifră a produsului $m \cdot n$.

2. a) Un triunghi are măsurile unghiurilor direct proporționale cu numerele 8, 9 și 10.
Să se arate că triunghiul are un unghi de 60° .

b) Arătați că triunghiul are un unghi de 60° , pentru cazul în care măsurile unghiurilor sale sunt proporționale cu oricare trei numere naturale consecutive nenule.

3. Numerele naturale nenule a și b verifică egalitatea: $2 \cdot [a, b] + a + 2b = 25 \cdot (a, b)$, unde $[a, b]$ și (a, b) reprezintă cel mai mic multiplu comun, respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor a și b .

Să se arate că $a + 4b$ este un număr divizibil cu 25.

4. Se consideră două unghiuri adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ cu măsurile de 104° , respectiv 72° . Semidreptele $[OM$, $[ON$ și $[OP$ sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și respectiv $\sphericalangle MON$. Pe semidreapta opusă semidreptei $[OP$ considerăm un punct S , iar în interiorul unghiului AOS alegem un punct T , astfel încât măsura unghiului TOS să fie de 8° .

Să se arate că punctele B , O și T sunt coliniare.

Notă:

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore