

Concursul regional de matematică „Ioan Aron”
clasa a VIII-a
etapa județeană - 29 martie 2025

1. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care este adevărată egalitatea:

$$(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4) \cdot \dots \cdot (3^{2^n}+2^{2^n}) = 6561^{256} - 256^{256}.$$

2. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ și M un punct pe semidreapta $(AB$ astfel încât $BM = AB$.
Demonstrați că triunghiurile AMD' și ACB' au același centru de greutate.

Adrian Gobej, Curtea de Argeș, G.M.nr. 1/2024.

3. Calculați suma numerelor naturale pare din intervalul: $[n^2 - n + 1, n^2 + n + 1]$, $n \in \mathbb{N}^*$.

4. Dacă x, y, z sunt numere reale strict pozitive ce verifică relația : $xyz(x+y+z) = 1$,

să se arate că :
$$\sqrt{\left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^2 + \frac{1}{z^2}\right)\left(z^2 + \frac{1}{x^2}\right)} = (x+y)(y+z)(z+x).$$

Notă:

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore