
MIȘCARE PE PLAN ÎNCLINAT

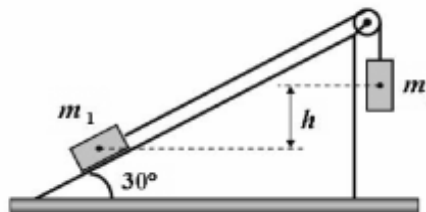
CLASA A IX-A

prof. Căpățînă Smaranda

Colegiul Național "Preparandia Dimitrie Țichindeal" Arad

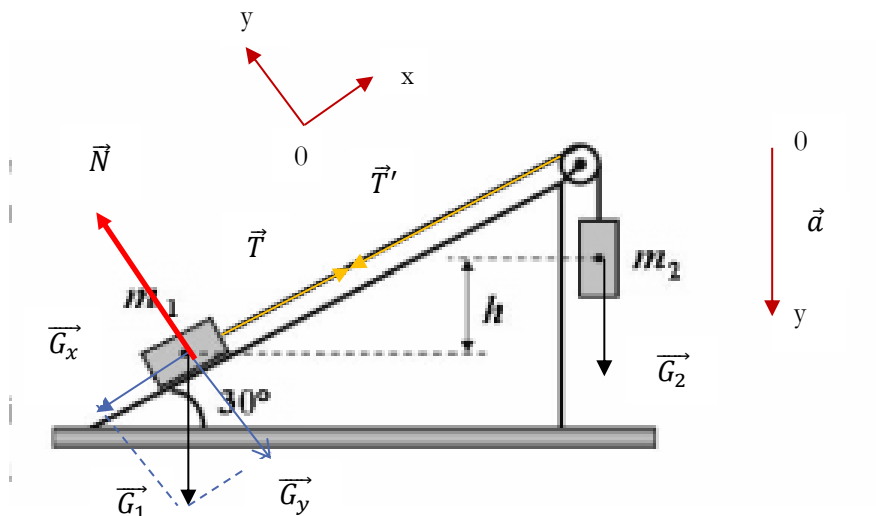
I.PROBLEME REZOLVATE

1. Se consideră dispozitivul din figură. Corpurile de masă m_1 și m_2 sunt legate printr-un fir inextensibil, fără masă trecut peste un scripete ideal fixat în vârful planului înclinat. Se neglijează forțele de frecare.



- Calculați raportul maselor pentru ca sistemul să rămână în echilibru.
- Determinați tensiunea în fir în cazul în care $m_2 = 2 m_1$ și $m_1 = 0,5 \text{ kg}$.
- Forța de apăsare asupra scripetelui
- Considerați că $m_2 = 2 m_1$ și că diferența de nivel este inițial $h = 1,5 \text{ m}$. Determinați timpul după care cele 2 corpuri ajung la același nivel, dacă acestea pornesc din repaus.

Se dă $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Notăm:

m_1 = masa corpului pe plan înclinat

m_2 = masa corpului care atârna

h = diferența de nivel

α = unghiul planului înclinat

T = tensiunea din fir

a = accelerația sistemului de corpuri

t = timpul de mișcare

Datele problemei:

$$m_2 = 2 m_1$$

$$m_1 = 0,5 \text{ kg}$$

$$h = 1,5 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$T = ?$$

$$t = ?$$

a. Corpul m_1 urcă pe planulul înclinat fără frecare, iar m_2 coboară pe verticală

Aplicăm principiul II pentru fiecare corp:

- $m_1 \vec{a} = \vec{G}_1 + \vec{N} + \vec{T}$

Proiectăm relația pe axa 0x:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 a = T - G_x \\ \text{Dar } G_x = m_1 g \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow m_1 a = T - m_1 g \sin \alpha \quad (1)$$

- $m_2 \vec{a} = \vec{G}_2 + \vec{T}'$

Proiectăm relația pe axa 0y:

$$\left. \begin{array}{l} m_2 a = G_2 - T' \\ \text{Dar } G_2 = m_2 g \text{ și } T' = T \end{array} \right\} \Rightarrow m_2 a = m_2 g - T \quad (2)$$

Adunăm relațiile (1) și (2).

$$m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g \sin \alpha$$

Dacă sistemul de corpuri e în echilibru: $a=0$

$$m_2 g = m_1 g \sin \alpha \Rightarrow m_2 = m_1 \sin \alpha \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \sin \alpha = 0,5$$

b. $m_2 = 2 m_1$; $m_1 = 0,5 \text{ kg}$

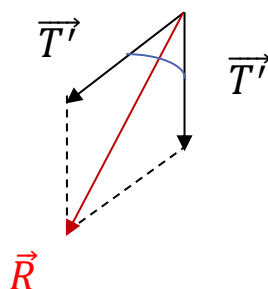
Rămân valabile relațiile (1) și (2).

$$\text{Deci, } m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g \sin \alpha$$

$$a (m_1 + m_2) = g (m_2 - m_1 \sin \alpha) \Rightarrow a = \frac{g (m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{Dar } m_2 = 2 m_1 \\ \Rightarrow a = \frac{g (2 - \sin \alpha)}{3} = 5 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

$$m_2 a = m_2 g - T \Rightarrow T = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a) = 5 \text{ N}$$

c.



Notăm cu \vec{R} forța de apăsare asupra scripetelui.

$$\vec{R} = \vec{T}' + \vec{T}'$$

Între cei doi vectori unghiul este $\beta = 90^\circ - \alpha = 60^\circ$.

$$R^2 = T'^2 + T'^2 + 2 T'^2 \cos \beta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2T'^2 + 2 T'^2 \cos \beta} = T' \sqrt{2 (1 + \cos \beta)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{Dar } T' = T = 5 \text{ N} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow R = 8,6 \text{ N}$$

d. La pornirea sistemului din repaus: $v_0 = 0$

Notăm cu d distanța parcursă de fiecare corp până ajung la același nivel.

Aplicăm legea de mișcare: $d = \frac{a t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$

Dar $h = h_1 + h_2$

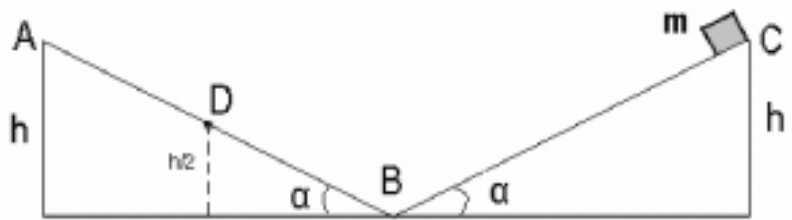
$$\sin \alpha = \frac{h_1}{d} \Rightarrow h_1 = d \sin \alpha$$

$$h_2 = d$$

$$\Rightarrow h = d \sin \alpha + d = d (1 + \sin \alpha) \Rightarrow d = \frac{h}{1 + \sin \alpha} = 1 \text{ m}$$

$$t = 0,63 \text{ s}$$

2. Un corp cu masa $m=2\text{kg}$ este lansat din punctul C, în jos cu viteză inițială de la înălțimea $h=4\text{m}$ pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^\circ$, ca în figura alăturată. Se dă $g = 10 \text{ m/s}^2$. Știind că deplasarea corpului se face cu frecare, coeficientul de



frecare la alunecare fiind $\mu = \frac{\sqrt{3}}{10}$, determinați:

a. viteza minimă în punctul C, astfel încât acesta să ajungă la aceeași înălțime pe al doilea plan înclinat identic cu primul (se consideră că modulul vitezei nu se modifică în punctul B)

b. lucrul mecanic al forțelor de frecare la deplasarea din C în A, în condițiile punctului a.

c. energia cinetică în punctul D aflat la înălțimea $h/2$, dacă ar fi lansat din A fără viteză inițială

Notăm:

m = masa corpului

h = înălțimea planului înclinat

α =unghiul planului înclinat

μ = coeficientul de frecare la alunecare

E_c = energia cinetică

E_p = energia potențială

E =energia mecanică

L_{Ff} =lucrul mecanic al forței de frecare

Datele problemei:

$m=2\text{kg}$

$h=4\text{m}$

$\alpha=30^\circ$

$\mu=\frac{\sqrt{3}}{10}$

$v_c=?$

$L_{Ff}^{CA}=?$

$E_c^D=?$

a. Aplicăm teorema de variație a energiei mecanice:

$$\left. \begin{aligned} \Delta E^{CB} &= L_{Ff}^{CB} \Leftrightarrow E^B - E^C = -F_f d \\ \sin \alpha &= \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\sin \alpha} = 8\text{m} \\ F_f &= \mu \cdot N = \mu G_y = \mu mg \cos \alpha \\ E^C &= E_c^C + E_p^C = E_c^C + mgh \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow E^B - E_c^C - mgh = -\mu mg \cos \alpha d \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta E^{BA} &= L_{Ff}^{BA} \Leftrightarrow E^A - E^B = -F_f d \\ F_f &= \mu \cdot N = \mu G_y = \mu mg \cos \alpha \\ E^A &= E_c^A + E_p^A = mgh \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow mgh - E^B = -\mu mg \cos \alpha d \quad (2)$$

Adunăm relațiile (1) și (2):

$$mgh - E^B + E^B - E_c^C - mgh = -\mu mg \cos \alpha d + (-\mu mg \cos \alpha d)$$

$$\left. \begin{aligned} E_c^C &= 2 \mu mg \cos \alpha d \\ E_c^C &= \frac{m v_C^2}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{m v_C^2}{2} = 2 \mu mg \cos \alpha d \Rightarrow v_C = 2\sqrt{\mu g \cos \alpha d} = 4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

$$b. L_{Ff}^{CA} = L_{Ff}^{CB} + L_{Ff}^{BA} = -2 \mu mg \cos \alpha d = -48\text{J}$$

$$c. \Delta E^{AD} = L_{Ff}^{AD} \Leftrightarrow E^D - E^A = - F_f d_1$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{2d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h}{2 \sin \alpha} = 4m$$

Dacă corpul pleacă din repaus din A: $E^A = E_c^A + E_p^A = mgh$

$$E^D = E_c^D + E_p^D = E_c^D + \frac{mgh}{2}$$

$$\Rightarrow E_c^D + \frac{mgh}{2} - mgh = - \mu mg \cos \alpha d_1 \Rightarrow E_c^D = - \mu mg \cos \alpha d_1 + \frac{mgh}{2}$$

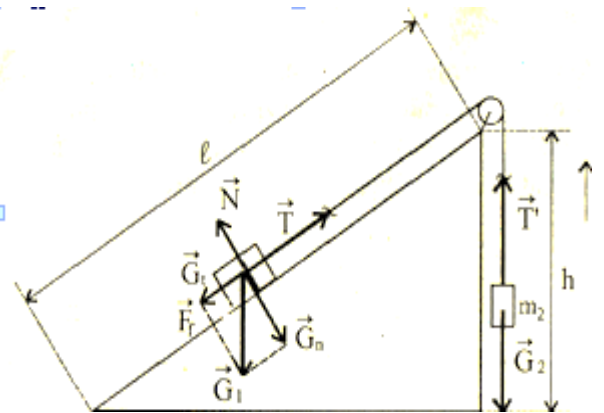
$$E_c^D = 28J$$

II. DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE FRECARE CU AJUTORUL PLANULUI ÎNCLINAT.

Teoria lucrării

La suprafața de contact dintre două corpuri care se deplasează unul peste celălalt, fiecare exercită asupra celuilalt o forță paralelă cu suprafața de contact, numită forță de frecare, care se opune mișcării unui corp față de celălalt. Se consideră că sistemul de corpuri se mișcă uniform.

Se folosesc următoarele notații:



-
- G_1 este greutatea corpului de masă m_1 aflat pe plan înclinat
 - G_t este componenta tangențială a greutății corpului de masă m_1
 - G_n este componenta normală a greutății corpului de masă m_1
 - T este tensiunea din fir;
 - G_2 este greutatea corpului de masă m_2 care atârnă pe verticală;
 - N este forța normală de apăsare pe planul înclinat;
 - F_f este forța de frecare care acționează între corpul de de masă m_1 și planul înclinat
 - μ este coeficientul de frecare la alunecare
 - α este unghiul planului înclinat
 - l este lungimea planului înclinat
 - h este înălțimea planului înclinat
 - d este baza planului înclinat

$$\text{Dar } F_f = \mu \cdot N; \quad \mu = \frac{F_f}{N}$$

Dacă se consideră că mișcarea sistemului de corpuri se face uniform, putem scrie:

- pentru corpul de masă m_1 :
$$T = G_t + F_f, \quad N = G_n, \quad F_f = \mu \cdot N,$$
 - pentru corpul de masă m_2 : $G_2 = T$
-

$$m_2 g = m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{m_2 - m_1 \sin \alpha}{m_1 \cos \alpha}$$

Dar $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ și $\cos \alpha = \frac{d}{l}$;

Baza planului înclinat se poate calcula folosind teorema lui Pitagora:

$$d = \sqrt{l^2 - h^2}$$

Materiale necesare: plan înclinat prevăzut cu scripete, riglă sau ruletă, cântar electronic, cârlig cu mase marcate, corpuri de masă cunoscute, fir, un corp paralelipipedic care are o față din lemn, o față acoperită cu metal, o față acoperită cu material textil și o față acoperită material abraziv

Mod de lucru:

1. Se cântărește masa corpului paralelipipedic. Corpul cu masa m_1 se așează pe planul înclinat (la baza acestuia) și cu ajutorul firului de ață care trece prin șanțul scripetului fix se prinde de cârligul cu suport;
 2. Se măsoară cu rigla sau cu ruleta: lungimea l , înălțimea h a planului înclinat
 3. Pe cârligul cu suport se adaugă masele marcate crestate, notându-se masa totală m_2 pentru cazul în care corpul paralelipipedic aflat la baza
-

planului înclinat ($h=0\text{cm}$) va urca aproximativ uniform la înălțimea h (se recomandă pornirea datorată unui impuls) pe toată lungimea l a planului;

3. Se repetă experimentul de 3-4 ori pentru valori diferite ale înălțimii h , pentru fiecare față a corpului.

4. Pentru fiecare caz în parte (lemn-lemn, metal-lemn, textil-lemn, suprafață abrazivă-lemn) se calculează coeficientul de frecare la alunecare dintre suprafața corpului paralelipipedic și suprafața planului înclinat cu

ajutorul formulei
$$\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{m_2 l - m_1 h}{m_1 d}$$

Valorile măsurate se trec în tabelul de mai jos:

Nr. det.	m_1 (g)	m_2 (g)	h (cm)	l (cm)	d (cm)	μ	$\bar{\mu}$	$\Delta\mu$	$\Delta\mu_m$
1.									
2.									
3.									

Prelucrarea datelor experimentale:

Calculule se vor face conform următoarelor relații:

$$\mu = \frac{m_2 l - m_1 h}{m_1 d}$$

$$\mu_m = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3}, \text{ ca fiind media aritmetică a celor 3 valori}$$

$$\Delta \mu_1 = |\mu_1 - \mu_m|, \Delta \mu_2 = |\mu_2 - \mu_m|, \Delta \mu_3 = |\mu_3 - \mu_m|$$

$$\Delta \mu_m = \frac{\Delta \mu_1 + \Delta \mu_2 + \Delta \mu_3}{3}, \text{ ca fiind media aritmetică a celor 3 valori.}$$

Valorile mărimilor fizice calculate se trec în tabel.

$$\text{Se va calcula } \mu_{\max} = \mu_m + \Delta \mu_m, \mu_{\min} = |\mu_m - \Delta \mu_m|$$

Valoarea reală a coeficientului de frecare la alunecare, în fiecare din cele patru cazuri, este cuprinsă în intervalul: $\mu_{\min} \leq \mu \leq \mu_{\max}$

Sursele de erori pot fi: lipsa de precizie a maselor marcate, citirea incorectă a ruletei sau riglei, miscarea neuniformă a sistemului de corpuri, frecarea dintre sfoară și scripete, instabilitatea planului inclinat, etc. Se recomandă să se efectueze un număr mai mare de determinări decât cele 3 exemplificate în tabel, în funcție de timpul pe care îl avem la dispoziție.

Bibliografie:

1. Victor Postelnicu, Andrei Petrescu, Fizica prin măsurări, Editura Tridona, 2008
2. <https://matefizica.wordpress.com/bacalaureat/examen-fizica/teste-bacalaureat-fizica/>