

LĂSCOIU – MARTIN ALEXANDRU

PROBLEME  
DE  
ELECTRO -  
TEHNICĂ  
DE  
CURENT  
CONTINUU

ARAD 2017

Desene și tehnoredactare: ing. Lăscoiu – Martin Alexandru, profesor la Liceul Tehnologic de Electronică și automatizări „Caius Iacob” Arad

Întreaga lucrare a fost verificată de către Ing. Mircea Irhașiu, profesor gradul I, fost director la Liceul Industrial Nr. 3 din Arad, apoi Liceul CFR Arad, apoi Liceul Industrial de Transporturi Căi-Ferate din Arad, actualmente Liceul Tehnologic de Electronică și Automatizări „Caius Iacob” Arad

**SPONSORI : BBCOMPUTER**

## CUPRINS

### PRIMUL CAPITOL

#### Circuit electric de curent continuu neramificat

1-1. Circuit cu o singură sursă de energie.....	4
1.2. Circuit cu mai multe t.e.m. Surse de energie în regim de generator și de receptor.....	11
1-3. Potențialele punctelor unui circuit electric. Diagrama potențialelor..	17
1-4. Probleme propuse pentru rezolvare.....	24
1-5. Problema de verificare.....	30
1-6. Răspunsuri la problemele primului capitol.....	31

### CAPITOLUL 2

#### Circuit ramificat de curent continuu alimentat de la o singură sursă de energie

2-1. Circuit cu două noduri, alimentat de la o singură sursă de energie. Calculul circuitului.....	32
2-2. Circuit cu două noduri alimentat de la o singură sursă de curent.....	39
2-3. Circuit cu mai multe noduri. Calculul circuitului.....	45
2-4. Calculul unui circuit prin metoda transfigurării.....	51
2-5. Probleme propuse spre rezolvare.....	56
2-6. Problema de verificare.....	68
2-7. Răspunsuri la problemele capitolului 2.....	69

### CAPITOLUL 3

#### Circuit ramificat de curent continuu cu mai multe surse de energie conectate în ramuri diferite

3-1. Principiul superpoziției curenților.....	71
3-2. Metoda ecuațiilor lui Kirchhoff.....	78
3-3. Metoda curenților ciclici (ochiurilor independente).....	83
3-4. Metoda celor două noduri.....	87
3-5. Metoda generatorului echivalent de tensiune. Regimul cu sarcină variabilă.....	92
3-6. Probleme propuse pentru rezolvare.....	99
3-7. Problema de verificare.....	105
3-8. Răspunsuri la problemele capitolului 3.....	106
Bibliografie.....	108

## Primul capitol

### Circuit electric de curent continuu neramificat

#### 1-1. Circuit cu o singură sursă de energie

Enunțul problemei:

Într-un circuit (Fig. 1-1) bateria de acumuloare are tensiunea electro - electromotoare  $E=37,5\text{ V}$ , rezistența internă  $r = 0,6\ \Omega$  și consumatorii de energie sunt rezistoarele  $R_1 = 2,4\ \Omega$ ,  $R_2 = 4,8\ \Omega$  și  $R_3 = 7,2\ \Omega$ .

Să se calculeze curentul care străbate circuitul, tensiunea la bornele bateriei de acumuloare, tensiunea la bornele rezistoarelor, puterea sursei de energie, randamentul sursei de energie și puterea tuturor receptoarelor.

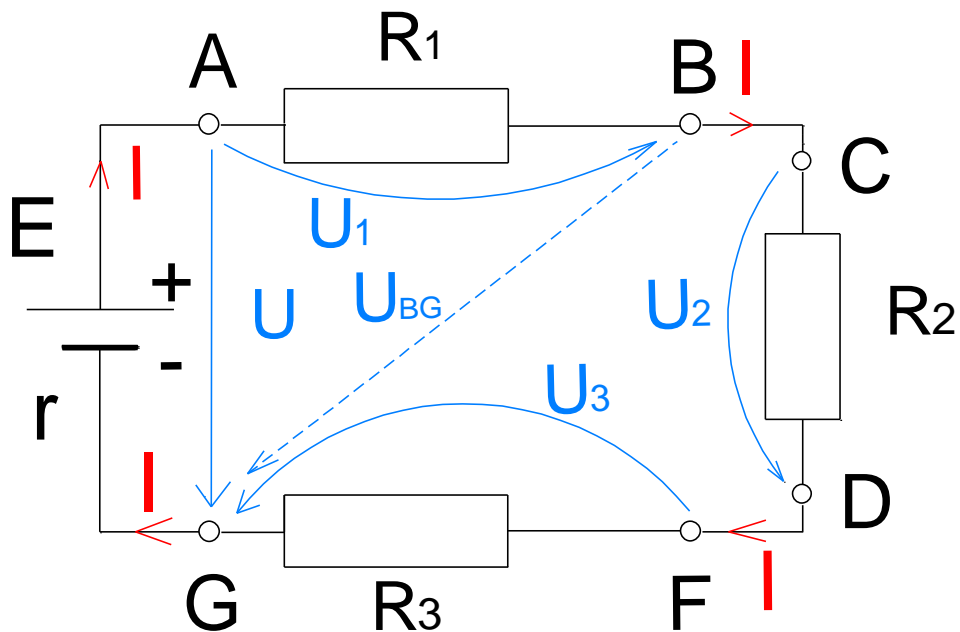


Fig. 1-1. Circuit neramificat cu o sursă și mai mulți consumatori de energie.

Rezolvarea problemei:

1. Elementele pasive și active ale circuitului.

Circuitul electric considerat se compune din două tipuri de dispozitive electrice: o sursă de energie constituită dintr-un acumulator (element activ) și receptoarele de energie, rezistoarele electrice  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  (elemente pasive).

## 2. Alcătuirea unui circuit electric neramificat.

Circuitul electric considerat formează un contur electric închis ABCDFGA (Fig.1-1), adică nu are nici o derivație. Aceasta înseamnă că dacă parcurgem circuitul, de ex., în sensul de mișcare al acelor de ceasornic, nu se poate reveni la acel punct decât pe un singur drum.

## 3. Curentul circuitului.

Curentul care străbate orice circuit electric sau o porțiune de circuit electric se caracterizează prin intensitate și sens.

În circuitul neramificat din Fig. 1-1, curentul nu poate urma decât un singur traseu, care pleacă de la borna /+/ a sursei, în sens orar. Pe acest traseu curentul rămâne constant, din care cauză se notează identic, cu I, prin toate porțiunile de circuit.

Este evident faptul că mai ușor se începe calculul circuitului considerat determinând curentul comun prin toate porțiunile circuitului.

## 4. Calculul curentului circuitului I

Aplicând legea lui Ohm, curentul prin circuitul neramificat din Fig. 1-1 se exprimă prin relația :

$$I = \frac{E}{R_e} = \frac{E}{r+R_{AG}} \quad (1-1)$$

Relație în care  $R_e$  este rezistența echivalentă a întregului circuit și  $R_{AG}$  este rezistența echivalentă față de bornele A și G ale sursei de alimentare.

Pentru că rezistoarele  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  sunt conectate în serie,  $R_{AG}$  este:

$$\begin{aligned} R_{AG} &= R_1+R_2+R_3 = \\ &= 2,4+4,8+7,2 = 14,4 \Omega. \end{aligned}$$

Rezistorul  $R_{AG}$  egal cu  $14,4 \Omega$  poate fi conectat în circuit în locul rezistoarelor  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  ca în Fig. 1-2, și se va obține același curent, atât pentru circuitul din figura 1-1 cât și pentru circuitul din Fig. 1-2.

$$I = \frac{E}{r + R_{AG}} = \frac{37,5}{0,6 + 14,4} = 2,5 \text{ A.}$$

Egalitatea curenților din cele două circuite permite efectuarea înlocuirii echivalente a rezistoarelor.

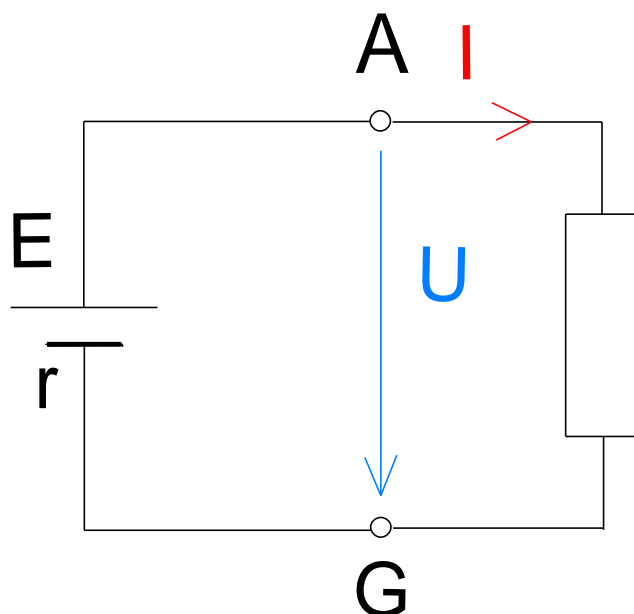


Fig. 1-2. Schema simplificată a circuitului din Fig.1-1.

5. Calculul tensiunii la bornele sursei de energie:

Această tensiune poate fi determinată fie pornind de la relația (1-1) fie cu formula următoare :

$$I \cdot R_{AG} = E - r \cdot I \quad (1-2)$$

Se consideră fiecare membru al ecuației de mai sus. Membrul stâng  $I \cdot R_{AG} = U = 2,5 \cdot 14,4 = 36 \text{ V}$  este egal cu tensiunea la bornele rezistorului echivalent  $R_{AG}$  (Fig.1-2) și, pe de altă parte, cu tensiunea la bornele A și G ale sursei de energie.

Aceeași tensiune este determinată și de membrul drept al ecuației, adică, de diferența dintre t.e.m. și căderea de tensiune internă  $u = r \cdot I$ :

$$E - r \cdot I = 37,5 - 0,6 \cdot 2,5 = 37,5 - 1,5 = 36 \text{ V} = U.$$

Astfel, tensiunea la bornele sursei de energie poate fi exprimată fie prin diferența dintre t.e.m. a sursei și căderea de tensiune internă, fie prin produsul dintre curentul din circuit și rezistența echivalentă a circuitului exterior.

6. Calculul tensiunilor la bornele rezistoarelor din circuitul exterior:

Tensiunea sau căderea de tensiune la bornele rezistoarelor  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  sunt, de asemenea, determinate prin aplicarea legii lui Ohm :

$$U_1 = R_1 \cdot I = 2,4 \cdot 2,5 = 6 \text{ V} ;$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 4,8 \cdot 2,5 = 12 \text{ V};$$

$$U_3 = R_3 \cdot I = 7,2 \cdot 2,5 = 18 \text{ V}.$$

Suma lor  $U_1 + U_2 + U_3 = 6 + 12 + 18 = 36 \text{ V}$ , adică:

$$U_1 + U_2 + U_3 = U.$$

7. Calculul puterii și al randamentului. Stabilirea bilanțului puterilor:

Sursa de energie furnizează o putere  $P_s$  egală cu :

$$P_s = E \cdot I = 37,5 \cdot 2,5 = 93,75 \text{ W},$$

Din care o parte  $p = u \cdot I = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 \text{ W}$  este consumată în interiorul sursei.

În consecință, sursa furnizează circuitului exterior o putere:

$$P = P_s - p = 93,75 - 3,75 = 90 \text{ W}.$$

Tot aceasta putere este dată și de expresia:

$$P = U \cdot I = 36 \cdot 2,5 = 90 \text{ W}.$$

Cunoscând puterile  $P$  și  $P_s$  se determină randamentul sursei de energie:

$$\eta = \frac{P}{P_s} = \frac{90}{93,75} = 0,96$$

Sau:  $\eta = 0,96 \cdot 100 = 96 \%$ .

Puterea furnizată de sursă,  $P$ , este repartizată rezistoarelor  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  astfel:

$$P_1 = U_1 \cdot I = 6 \cdot 2,5 = 15 \text{ W} \quad \text{sau} \quad P_1 = R_1 I^2 = 2,4 \cdot 2,5^2 = 15 \text{ W};$$

$$P_2 = U_2 \cdot I = 12 \cdot 2,5 = 30 \text{ W} \quad \text{sau} \quad P_2 = R_2 \cdot I^2 = 4,8 \cdot 6,25 = 30 \text{ W};$$

$$P_3 = U_3 \cdot I = 18 \cdot 2,5 = 45 \text{ W} \quad \text{sau} \quad P_3 = R_3 \cdot I^2 = 7,2 \cdot 6,25 = 45 \text{ W}.$$

Din principiul de conservare al energiei rezultă că puterea furnizată de o sursă este egală cu suma puterilor receptoarelor, adică se realizează bilanțul puterilor.

În adevăr,  $P = 90 \text{ W}$

și  $P_1 + P_2 + P_3 = 15 + 30 + 45 = 90 \text{ W}.$

Deci ,  $P = P_1 + P_2 + P_3.$

Bilanțul puterilor poate fi folosit pentru verificarea corectitudinii calculării circuitelor electrice. De aceea, este util să se stabilească bilanțul puterilor , chiar dacă acest lucru nu este cerut în enunțul problemei.

### Discuții suplimentare:

1. Cum se poate calcula tensiunea între punctele B și G din circuit ?

Această tensiune  $U_{BG}$  , reprezentată în Fig. 1-1 printr-o săgeată cu linie punctată, poate fi obținută prin diferite metode. Aplicând legea lui Ohm, după cum s-a făcut în cursul rezolvării problemei, se obține:

$$U_{BG} = (R_2 + R_3) \cdot I = (4,8 + 7,2) \cdot 2,5 = 12 \cdot 2,5 = 30 \text{ V}.$$

Tot această tensiune,  $U_{BG}$  , poate fi determinată și ca :

$$U_{BG} = U_2 + U_3 = 12 + 18 = 30 \text{ V}.$$

În practica rezolvării problemelor se face adesea apel și la o altă soluție bazată pe ecuația (1-2). În acest caz se va obține :

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = U_1 + U_{BG} , \text{ de unde rezultă că :}$$

$$U_{BG} = U - U_1 = 36 - 6 = 30 \text{ V}.$$

2. Din care cauză, în enunțul problemei , adeseori, se indică tensiunea la bornele unei surse de alimentare și nu tensiunea electromotoare (t.e.m.) a sursei ?

Rezistența internă a numeroase surse de energie este foarte mică în comparație cu rezistența echivalentă a circuitului exterior pe care îl alimentează , Astfel , avem :

$$r = 0.6 \Omega \ll R_{AG} = R_1 + R_2 + R_3 = 14,4 \Omega.$$

Ținând seama de condiția  $r \ll R_{AG}$  se obține  $I \cdot R_{AG}$  , ceea ce înseamnă că  $u = r \cdot I$  , căderea de tensiune în interiorul sursei este foarte mică în comparație cu tensiunea la bornele sale  $U = R_{AG} \cdot I$  și, deci,  $u$  poate fi neglijată . Atunci :

$$U = E - r \cdot I = E - u = E.$$



Astfel de surse sunt numite surse ideale de tensiune electromotoare (surse de t.e.m.) și, dacă în plus,  $r = 0$ , atunci se numesc surse ideale de t.e.m. În cazul în care se utilizează surse de t.e.m. ideale, atunci se indică, în general, tensiunea la bornele sursei.

3. Ce tensiune indică fiecare dintre voltmetrele din Fig. 1-3, atunci când se întrerupe circuitul rezistorului  $R_2$ ?

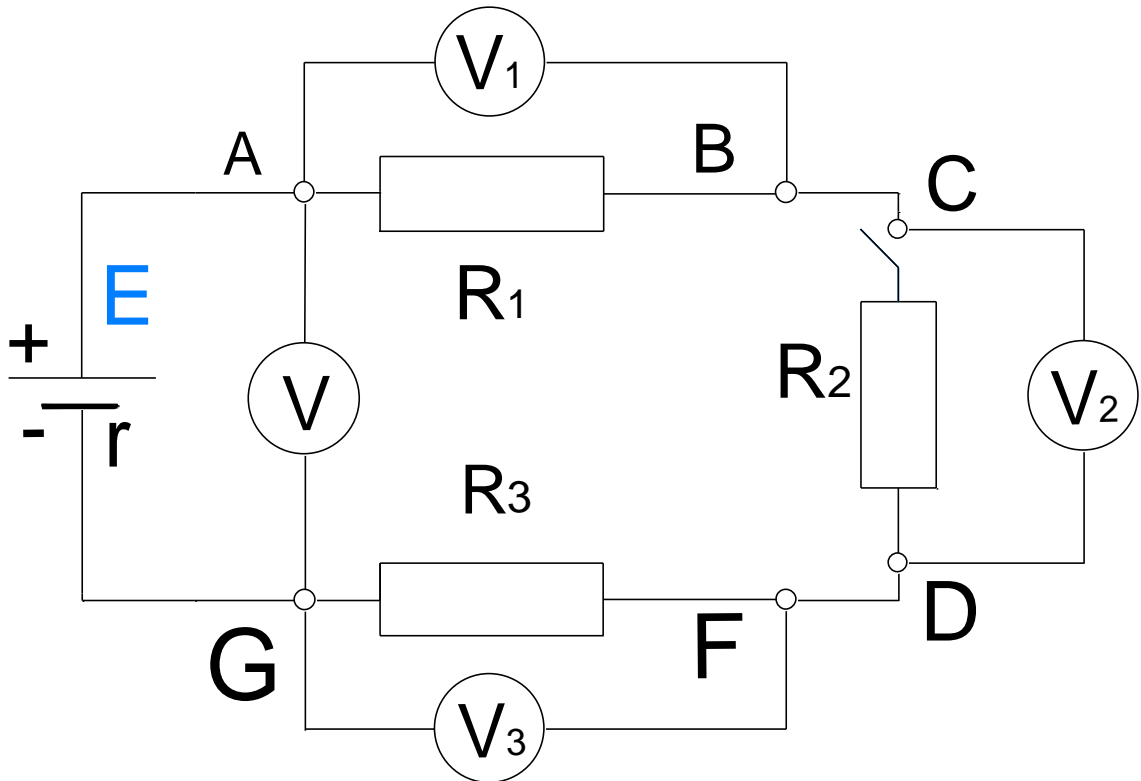


Fig. 1-3, a) Măsurarea tensiunilor din circuit în cazul întreruperii rezistorului  $R_2$

În cazul întreruperii rezistorului  $R_2$  sau, de exemplu, în cazul deconectării de la borna C (Fig. 1-3) circuitul este deschis. Rezistența voltmetrelor este foarte mare față de rezistențele rezistoarelor  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  (proprietate des regăsită în practică) se poate neglija curentul care circulă prin voltmetrul  $V_2$  (Fig. 1-3) și, în consecință, prin toate porțiunile de circuit curentul este nul. De asemenea, și indicațiile voltmetrelor  $V_1$  și  $V_3$  sunt atunci nule.

Voltmetrul  $V$  indică tensiunea la bornele sursei,  $U$ , care în absența curentului din circuit ( $I = 0$ ) se dovedește a fi egal cu  $E$ ,  $U = E - r \cdot I = E - r \cdot 0 = E$ , ceea ce înseamnă ca voltmetrul  $V$  măsoară t.e.m. a sursei.

Voltmetrul  $V_2$  arată tensiunea  $U_2$  care este egală cu:

$$U_2 = U - U_1 - U_3 = U - 0 - 0 = U.$$

Adică, voltmetrul  $V_2$  indică tocmai tensiunea la bornele sursei, în cazul dat, egală cu tensiunea electromotoare t.e.m. a sursei.

Verificarea acestor rezultate se mai poate face și în alt mod. În condițiile date, cu  $U_1 = 0$  și  $U_3 = 0$ , respectiv, diferența de potențial  $V_A - V_C = U_1 = 0$  și  $V_D - V_G = U_3 = 0$ , de unde rezultă că  $V_A - V_G$ , adică tensiunea  $U$ , este egală cu diferența de potențial  $V_C - V_D$ , adică tensiunea  $U_2$  sau  $U = U_2$ .

4. Cum se modifică (cresc sau scad) indicațiile aparatelor de măsură atunci când se face legătura electrică între bornele B și F (Fig. 1-4) ?

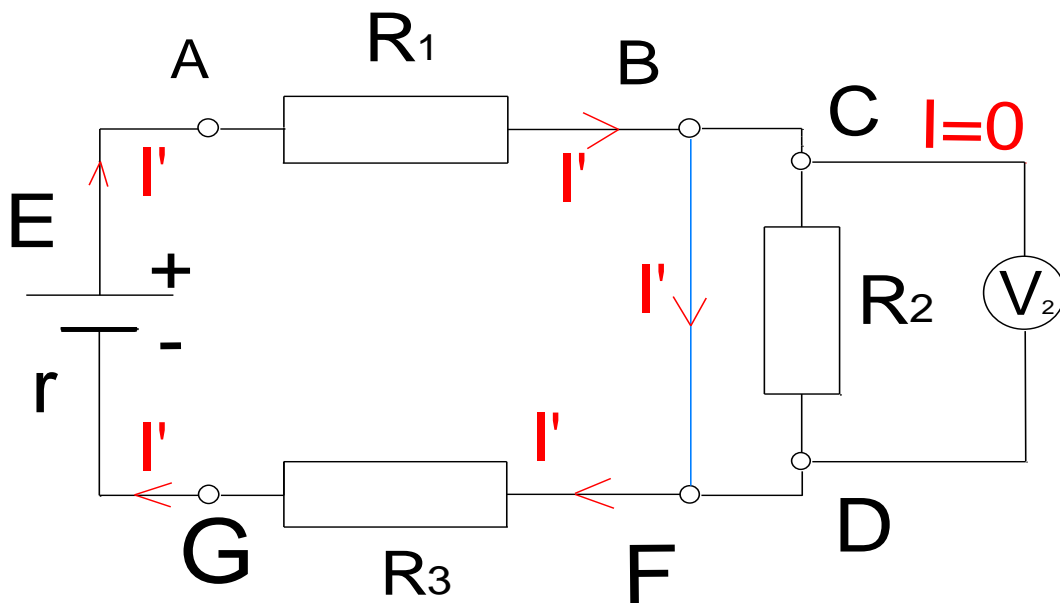


Fig. 1-3, b). Măsurarea tensiunilor din circuit în cazul scurtcircuitării rezistorului  $R_2$ .

Scurtcircuitarea porțiunii de circuit cuprinsă între bornele B și F poate să apară fie cazul unui contact electric direct (prin intermediul unor elemente metalice) între bornele B și F, fie când se conectează aceste borne printr-un conductor de rezistență foarte mică, apropiată de zero, notată cu  $R_{BF}=0$ .

Drept consecință a acestui scurtcircuit, curentul care trece prin circuit va fi :

$$I' = \frac{E}{r + R_{AG}} = \frac{E}{r + R_1 + R_{BF} + R_3} = \frac{37,5}{0,6 + 2,4 + 0 + 7,2} = 3,68 \text{ A.}$$

Se observă că  $I' > I = 2,5 \text{ A}$ .

Curentul  $I'$  trece între punctele B și F în întregime prin conductorul folosit pentru legătura electrică, conductorul neprezentând nici o rezistență curentului electric.

Deci, prin rezistorul  $R_2$  nu trece nici un curent, ceea ce înseamnă că indicația voltmetrului  $V_2$  este nulă, din cauza căderii de tensiune nule de pe rezistorul  $R_2$ ; iată de ce se măresc indicațiile voltmetrelor  $V_1$  și  $V_3$ .

Tensiunea la bornele sursei  $U = E - r \cdot I'$  se va micșora din cauza creșterii intensității curentului electric, de la  $I$  la  $I'$ .

1 – 2. Circuit cu mai multe t.e.m. Surse de energie în regim de generator și de receptor

Enunțul problemei:

Se dă o baterie de acumuloare având rezistența internă  $r_2 = 0,05 \Omega$  și t.e.m.  $E_{2in} = 18 \text{ V}$ , în stare descărcată (starea inițială). Această baterie este încărcată cu un curent  $I = 8 \text{ A}$  de la un generator de curent continuu cu rezistența internă  $r_1 = 0,75 \Omega$  și t.e.m.  $E_1 = 122 \text{ V}$ , printr-un circuit (Fig.1-4) format din două rezistoare înseriate,  $R_1 = 8 \Omega$ , constantă și  $R_2 =$  rezistor variabil; t.e.m. a bateriei de acumuloare la sfârșitul încărcării este  $E_{2sf} = 26 \text{ V}$ .

Să se determine regimurile de funcționare ale surselor de energie și valorile necesare pentru rezistorul  $R_2$  la începutul și sfârșitul încărcării bateriei de acumuloare.

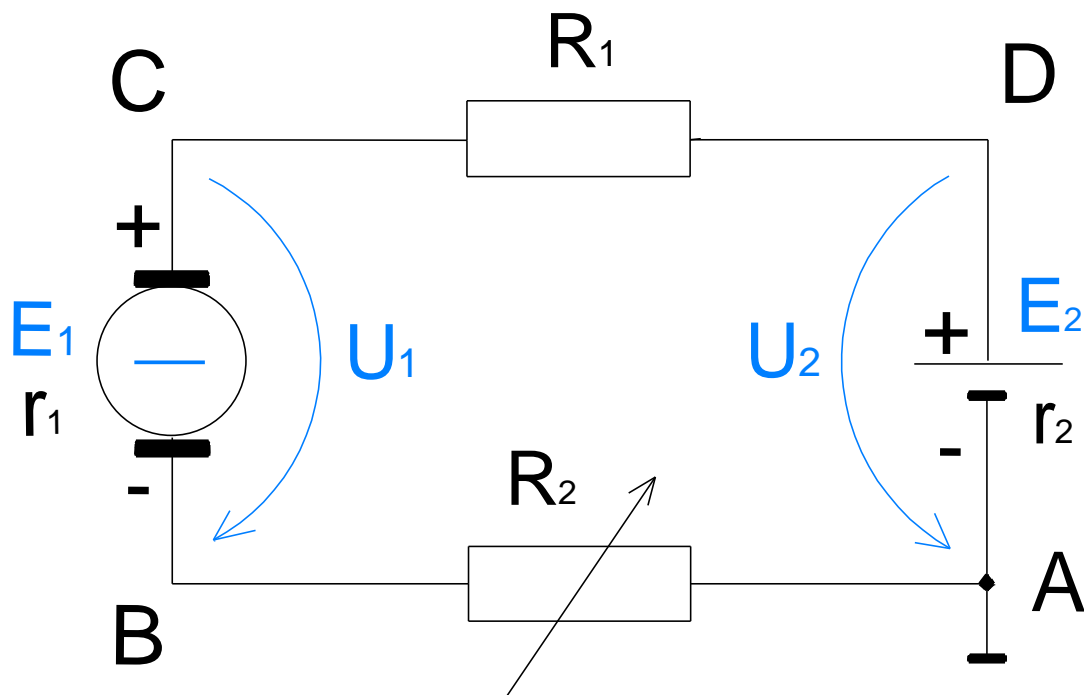


Fig. 1-4. Schema circuitului de încărcare a unei baterii de acumuloare.

Rezolvarea problemei:

1. Caracterizarea circuitului. Circuitul dat (Fig. 1-4) este de același tip cu circuitul precedent (Fig. 1-1), adică este un circuit fără derivație sau un circuit cu contur unic (serie), dar diferă de circuitul precedent prin faptul că are două surse de energie și funcționează cu un curent constant obținut prin modificarea valorii rezistenței rezistorului reglabil  $R_2$ . Acest regim de funcționare este un regim care trebuie obținut în timpul încărcării bateriei de acumuloare. În general, circuitele cu mai multe surse de energie pot să funcționeze cu intensități de curent diferite.

Aplicarea principiului superpoziției pentru calculul curentului. Aplicând principiul superpoziției, curentul prin circuit poate fi determinat ca suma algebrică a curenților produși de fiecare sursă în parte din sursele de energie luate separat.

Să considerăm, mai întâi, o singură sursă de energie, de exemplu,  $E_1$  (Fig. 1-5, a) și se determină curentul electric pe care îl generează :

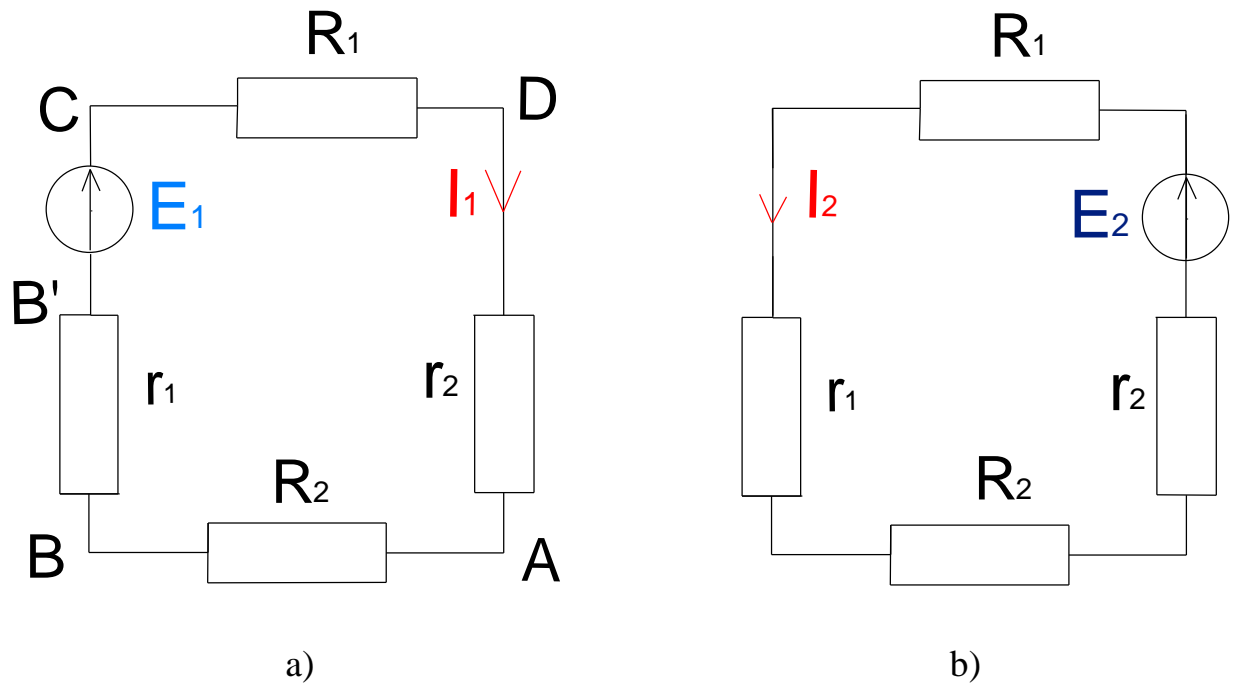


Fig. 1-5. Schema circuitului din fig. 1-4 după eliminarea t.e.m.  $E_2$  (a) și  $E_2$  (b)

$$I_1 = \frac{E_1}{\Sigma R}$$

unde  $\Sigma R$  reprezintă suma rezistențelor rezistoarelor din circuit , pentru cazul de față :

$$\Sigma R = R_1 + r_2 + R_2 + r_1 .$$

Apoi, nu se va considera decât a doua sursă de t.e.m.  $E_2$  în schema din Fig. 1-5, b) și se va determina curentul produs de ea:

$$I = \frac{E_2}{\Sigma R}$$

unde  $\Sigma R$  are aceeași expresie.

Curenții  $I_1$  și  $I_2$  (Fig. 1-5, a și b) sunt uneori numiți curenți parțiali, pentru că ei constituie părți ale curentului produs de acțiunea simultană ale celor două t.e.m. (Fig. 1-4). Dat fiind faptul că acești curenți parțiali,  $I_1$  și  $I_2$  au sensuri opuse, curentul prin circuitul dat se exprimă prin relația:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{\Sigma R}$$

Astfel, într-un circuit fără derivație, cu mai multe surse de energie, curentul prin circuit este egal cu raportul dintre suma algebrică a t.e.m. corespunzătoare surselor și suma rezistențelor rezistoarelor din circuit.

3. Regimurile de funcționare ale surselor. Dacă sensul t.e.m. al sursei de energie coincide cu sensul curentului (în cazul considerat  $E_1$ ) despre sursă se spune că este conectată în concordanță și că funcționează în regim de generator. Tensiunea bornele unei asemenea surse (Fig. 1-4, între punctele C și B) este:

$$U_1 = E_1 - r_1 \cdot I$$

Iar pentru cazul de aici :

$$U_1 = 122 - 0,75 \cdot 8 = 116 \text{ V.}$$

Dacă sensul t.e.m. al sursei de energie este opus sensului curentului (în cazul de față  $E_2$ ) despre sursă se spune că este conectată în opoziție, această sursă micșorează curentul prin circuit (curentul fiind mai mic decât curentul parțial  $I_1$ ) și sursa funcționează în regim de receptor de energie. Tensiunea la bornele unei asemenea surse (Fig. 1-4, între punctele D și A) este dată de relația :

$$U_2 = E_2 + r \cdot I.$$

Pentru bateria de acumuloare dată, tensiune la începutul încărcării este :

$$U_{2in} = 18 + 0,05 \cdot 8 = 18,4 \text{ V.}$$

Tensiunea la sfârșitul încărcării va fi :

$$U_{2sf} = 26 + 0,05 \cdot 8 = 26,4 \text{ V.}$$

Astfel, tensiune la bornele sursei care funcționează în regim de generator este mai mică decât t.e.m. a sursei de energie și tensiunea la bornele sursei de energie care funcționează în regim de receptor este mai mare decât t.e.m. a sursei de energie cu o valoare egală cu căderea de tensiune internă  $r \cdot I$ .

4. Calculul domeniului de variație al rezistorului  $R_2$ . După cum s-a arătat mai sus, curentul din circuit este:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{\Sigma R}, \text{ de unde rezultă că :}$$

$$\Sigma R = \frac{E_1 - E_2}{I}.$$

$$\Sigma R_{in} = \frac{E_1 - E_{2in}}{I} = \frac{122 - 18}{8} = 13 \Omega, \text{ de unde :}$$

$$R_{in} = \Sigma R_{in} (r_1 + r_2 + R_1) = 13 - 8,8 = 4,2 \Omega .$$

În același mod se obține și valoarea rezistenței rezistorului  $R_2$  la sfârșitul încărcării :

$$\Sigma R_{sf} = \frac{E_1 - E_{2sf}}{I} = \frac{122 - 26}{8} = 13 - 26 = 12 \Omega, \text{ de unde}$$

$$R_{2sf} = \Sigma R_{sf} - (r_1 + r_2 + R_{sf}) = 12 - 8,8 = 3,2 \Omega.$$

$$\text{Deci, } R_2 = R_{2sf} \div R_{2in} = (3,2 \div 4,2) \Omega .$$

## Discuții suplimentare:

1. Cum se ține cont de regimul de funcționare al sursei de energie pentru stabilirea bilanțului puterilor? Energia furnizată circuitului de către sursa care funcționează în regim de generator. Sursa care funcționează în regim de receptor (în cazul de față bateria de acumulatori) se adaugă, deci, la celelalte receptoare.

În adevăr, pentru circuitul examinat (Fig. 1-4) puterea furnizată de generatorul de curent continuu, de exemplu, la începutul încărcării,  $P_1$ , egală cu :

$$P_1 = U_1 \cdot I = 116 \cdot 8 = 928 \text{ W},$$

este egală cu puterea tuturor receptoarelor care funcționează în regim de receptoare :

$$\begin{aligned} P(R_1) + P(R_2) + P(R_3) &= \\ &= R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I^2 + R_3 \cdot I^2 = \\ &= 8 \cdot 64 + 4,2 \cdot 64 + 18,4 \cdot 64 = 928 \text{ W}. \end{aligned}$$

Deci, :

$$P_1 = P(R_1) + P(R_2) + P(R_3).$$

2. Cum se modifică (cresc sau scad) tensiunile de la bornele generatorului și acumulatorului la funcționarea în regim de mers în gol ? Un astfel de regim de funcționare poate să apară, de exemplu, atunci când generatorul sau acumulatorul este deconectat din circuit (Fig. 1-4). În acest caz, curentul care străbate sursele este nul și, drept urmare, tensiunile lor sunt egale cu t.e.m., adică:

$$U_1 = E_1 \quad \text{și} \quad U_2 = E_2.$$

Se observă că prima sursă de energie funcționează în regim de generator având  $E_1 > U_1$  iar a doua sursă funcționează în regim de receptor când  $E_2 < U_2$ , la mersul în gol tensiunea generatorului va crește și tensiunea receptorului va scădea.

### 1 – 3. Potențialele punctelor unui circuit electric. Diagrama potențialelor

#### Enunțul problemei

Fie un circuit electric (Fig. 1-6) în care se dau :  $E_1 = 5 \text{ V}$ ,  $E_2 = 18 \text{ V}$ ,  $E_3 = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 500 \Omega$ ,  $R_2 = 250 \Omega$ ,  $R_3 = 700 \Omega$  și  $r_2 = 50 \Omega$ . Rezistențele interne ale primei și celei de a doua surse se pot neglija,  $r_1 = r_3 = 0$ .

Să se calculeze potențialele tuturor punctelor marcate pe schemă, tensiunea între punctele A și F și să se traseze diagrama potențialelor.

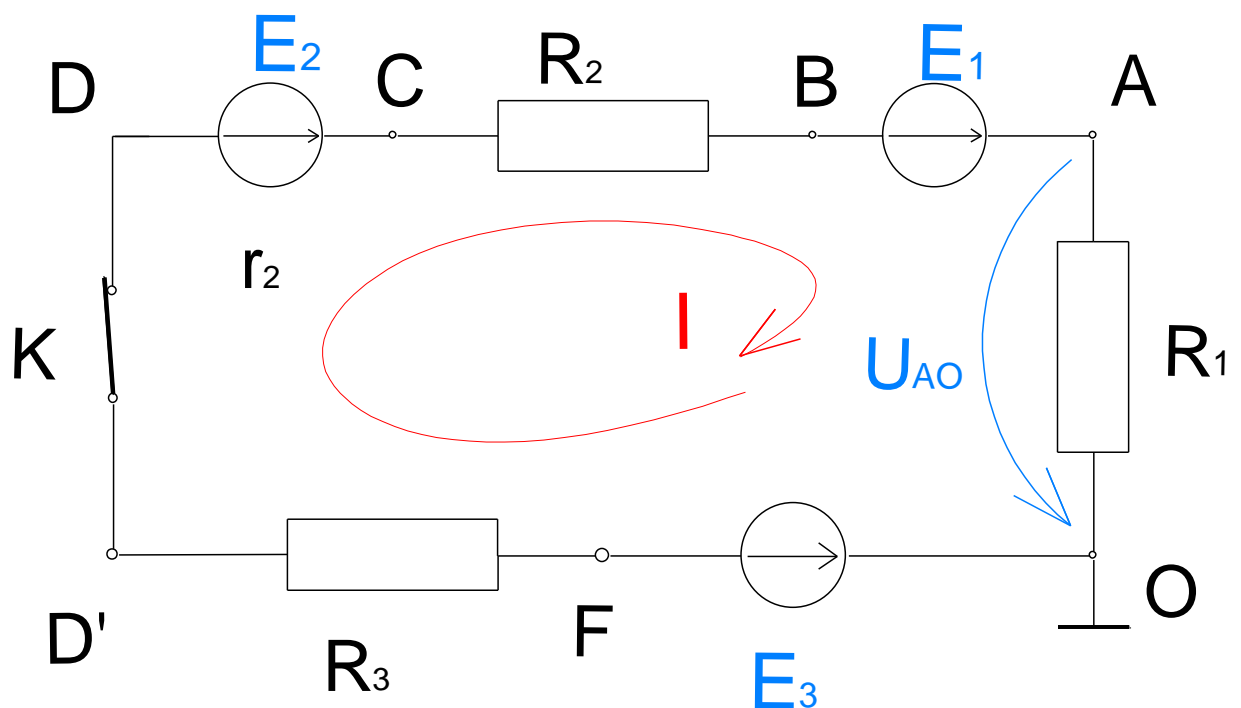


Fig. 1-6

#### Rezolvarea problemei:

1. Potențialul unui punct al circuitului electric. Potențialul este o mărime care depinde de alegerea punctului de referință, adică a punctului de potențial nul. Printre alte mărimi care depind de alegerea punctului de referință se află și temperatura, de exemplu, existând mai multe scări de temperatură cu puncte de zero diferite.

În multe probleme este util să se considere că există în circuit un punct de potențial zero, de exemplu, punctul O din Fig. 1-6. După alegerea acestui punct, se face legătura la conductorul de punere la pământ a instalației electrice sau la carcasa metalică a aparatului electric.



În cazul de aici (Fig. 1-6) între punctele O și A, diferența de potențial  $V_A - V_O$ , egală cu tensiunea  $U_{AO}$  se poate scrie :

$$U_{AO} = V_A$$

din cauză că s-a considerat că potențialul punctului O este nul,  $V_O = 0$ .

Astfel, potențialul unui punct oarecare al circuitului este egal cu tensiunea dintre punctul considerat și punctul O, al cărui potențial este nul.

2. Etapele de rezolvare ale problemei. După folosim expresiile pentru diferența de potențial ( $V_A - V_B$ ) și potențialul unui punct ( $V_A$ ) trebuie aflat curentul care străbate circuitul ; deci, prima etapă este calcularea acestui curent.

Pe de altă parte, trebuie să asociem unui punct din circuit potențialul zero; această condiție s-a îndeplinit, astfel încât se poate scrie expresia  $V_A - V_B$  numai dacă  $V_B = 0$ .

După ce s-a fixat punctul de potențial nul și s-au determinat tensiunile tuturor porțiunilor de circuit urmează aflarea potențialelor din circuit.

3. Calculul curentului. S-a arătat, în problema 1-2, că pentru un circuit neramificat cu mai multe t.e.m., curentul este egal cu raportul dintre suma algebrică a tuturor t.e.m. și suma tuturor rezistențele rezistoarelor din circuit. În cazul de aici, două t.e.m.,  $E_1$  și  $E_2$  acționează amândouă în sensul orar, având suma  $E'$  :

$$E' = E_1 + E_2 = 5 + 18 = 23 \text{ V.}$$

Cealaltă t.e.m.,  $E_3 = 8 \text{ V}$ , are sens antiorar, adică sens opus t.e.m.  $E'$ . Pentru că :  $E' > E_3$ , curentul  $I$  coincide cu sensul t.e.m.  $E'$ , adică sensul curentului este orientat în sens orar (Fig. 1 – 6).

$$I = \frac{E' - E_3}{\Sigma R} = \frac{23 - 8}{500 + 250 + 700 + 50} = 0,01 \text{ A} = 10 \text{ mA.}$$

4. Calculul potențialelor punctelor circuitului electric. Pentru punctul O (Fig. 1-6) se consideră potențialul zero, adică,  $V_O = 0$ . Impunând această condiție, după cum s-a și mai înainte, potențialul punctului A va fi :

$$V_A = R_1 \cdot I = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ V.}$$

Potențialul punctului A este pozitiv  $V_A - V_O$ , din cauza curentului care, prin rezistoare, trece înspre punctul de potențial mai mic; astfel, în Fig. 1-6, curentul

trece de la A înspre O. Această regulă este valabilă și pentru porțiunile CB și DF ale circuitului în care se află numai rezistoare.

Pentru aflarea potențialului unui alt punct al circuitului, de exemplu B, se folosește potențialul deja cunoscut  $V_A = 5 \text{ V}$  și tensiunea cunoscută la bornele A și B. Dat fiind că sursa de t.e.m.  $E_1$  nu prezintă rezistență internă, potențialul bornei sale  $-/-$  (punctul B din Fig. 1-6) este întotdeauna (indiferent de curent) mai mic decât potențialul bornei  $+/+$  (punctul A din Fig. 1-6) care are valoarea t.e.m.  $E_1$  sau a unei tensiuni identice  $U_{AB} = 5 \text{ V}$ . Se obține, deci,

$$V_B = V_A - U_{AB} = 5 - 5 = 0 \text{ V}.$$

Cunoscând potențialul  $V_B = 0$  se poate calcula potențialul punctului următor,  $V_C$ . Pentru că sensul curentului este orientat dinspre punctul C înspre punctul B, potențialul punctului C este superior celui din punctul B, cu valoarea căderii de tensiune pe rezistorul  $R_2$ :

$$V_C = V_B - E_2 + r_2 \cdot I = 2,5 - 18 + 50 \cdot 0,01 = - 15 \text{ V}.$$

Pentru porțiunea de circuit cuprinsă între punctele D și F:

$$V_F = V_D + R_3 \cdot I = - 15 + 700 \cdot 0,01 = - 8 \text{ V}.$$

Pentru verificarea calculelor, se va determina potențialul punctului O (cărui i s-a asociat potențialul considerat nul, al pământului), folosind potențialul cunoscut deja al punctului F,  $V_F = - 8 \text{ V}$  și se va folosi faptul că  $V_O > V_F$  (după cum este direcția săgeții t.e.m.  $E_3$  din Fig. 1-6) rezultă:

$$V_O = V_F + E_3 = - 8 + 8 = 0.$$

Dacă s-ar parcurge circuitul în sens invers, adică după sensul curentului electric, potențialul tuturor rezistențelor interne și externe va determina creșterea valorii căderii de tensiune.

5. Trasarea diagramei potențialelor (Fig. 1-7). Cu valorile obținute pentru potențialele diferitelor puncte din circuit se poate trasa diagrama potențialelor (Fig. 1-7).

Pe abscisă se notează, la scară, valorile rezistoarelor tuturor porțiunilor de circuit,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  și  $r_2$ , dispuse una după alta, în aceeași ordine ca în circuitul examinat (Fig. 1-6). Porțiunea de circuit AB (Fig. 1-6), a cărei rezistență este nulă, este reprezentată pe axa R (Fig. 1-7) printr-un punct. De observat forma de variație liniară a potențialelor rezistoarelor precum și faptul că la începutul și sfârșitul axei R se află un singur și același punct O.

Pe axa ordonatelor, sau  $V$ , se reprezintă valorile potențialelor tuturor punctelor împreună cu semnul lor, astfel, potențialele pozitive deasupra axei  $R$  și potențialele negative dedesubtul acestei axe.

Se analizează trasarea diagramei pentru porțiunile de circuit. Pentru porțiunea  $OA$  s-au obținut potențialele punctelor extreme  $V_O = 0$  și  $V_A = 5$  V. Aceasta înseamnă că pe porțiunea  $OA$  (Fig. 1-6) potențialul crește de la 0 V la 5 V, reprezentarea fiind segmentul  $OA$  din Fig.1-7.

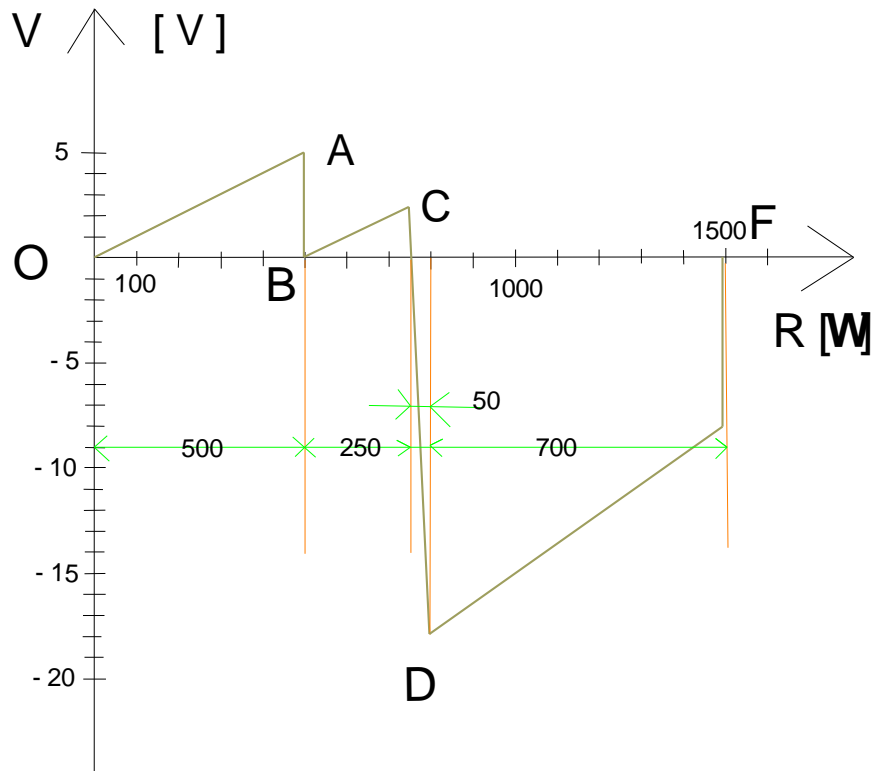


Fig. 1-7. Diagrama potențialelor circuitului din fig. 1-6.

Pe porțiunea  $AB$ , caracterizată prin rezistență nulă, linia potențialului (Fig. 1-7) este paralelă cu axa  $V$ .

Porțiunea  $BC$  a circuitului se discută la fel ca și porțiune  $OA$ , pentru că străbate ambele rezistoare,  $R_1$  și  $R_3$ , rezultă că segmentele  $OA$  și  $BC$  (Fig. 1-7) sunt paralele.

Celelalte segmente ale diagramei potențialelor se trasează în mod similar.

6. Calculul tensiunii  $U_{AF}$ . Tensiunea între punctele  $A$  și  $F$  se de termină ușor, fie cu ajutorul diagramei potențialelor, fie prin valorile potențialelor punctelor din circuit.

De exemplu :  $U_{AF} = V_A - V_F = 5 - (- 18) = 13$  V.

Această tensiune poate fi determinată grafic cu ajutorul diagramei potențialelor, fiind reprezentată prin segmentul  $A'F$  din Fig. 1-7.

Discuții suplimentare

1. Cum se modifică aspectul diagramei potențialelor, dacă se alege un alt punct de referință de potențial nul ? Diferențele de potențial (tensiunile) ale porțiunilor de circuit nu se modifică deloc, pentru că ele depind de valorile t.e.m., a rezistoarelor și a curentului, și nu depind deloc de alegerea punctului de potențial nul. Astfel, dacă se asociază valoare nulă potențialului punctului A,  $V_A=0$  (Fig. 1-7, dreapta AA') și potențialele tuturor punctelor se micșorează cu  $V_A = 5 \text{ V}$ , dar diferențele de potențial rămân aceleași. De asemenea, alegerea unui alt punct de referință având potențial nul duce la deplasarea axei R.

2. Se poate asocia un potențial nul (punere la pământ) mai multor puncte din circuit ? În general, nu se poate asocia o valoare oarecare, și în particular o valoare nulă, potențialului, decât unui singur punct (punere la pământ). În cazul de aici, se poate conecta la pământ, atât punctul O cât și punctul B, fără a modifica regimul circuitului, pentru că potențialele ambelor puncte sunt nule,  $V_B = V_O = 0$ . Potențialele punctelor B și O fiind egale, tensiunea între ele este nulă, și, ca urmare, curentul este zero.

3. Se va modifica regimul de funcționare al circuitului dacă se leagă printr-un conductor punctele O și B (Fig. 1-6) ? Pentru că potențialele punctelor O și B sunt egale, tensiunea între aceste puncte  $U_{OB} = 0$  și prin conductorul OB nu circulă nici un curent. Ca urmare, conductorul OB nu influențează deloc regimul de funcționare al circuitului.

Rezultatul obținut mai poate fi interpretat și în alt mod. După efectuarea legării conductorului OB circuitul din Fig. 1-6 devine un circuit cu două ochiuri. Curenții ramurilor exterioare, a ochiului din stânga și a ochiului din dreapta, sunt egali și au același sens față de nodurile O și B. Aplicând prima teoremă a lui Kirchhoff rezultă că și intensitatea curentului electric prin ramura OB este, de asemenea, nulă.

4. Cum se calculează potențialele dacă întreruptorul K este deschis ? În cazul în care întreruptorul K este deschis (Fig. 1-6) atunci intensitatea curentului electric este zero,  $I = 0$ . Se obțin astfel, două porțiuni de circuit neramificate: OABCD și OFD'. Considerând  $V_O = 0$ , se obține pentru prima porțiune de circuit, OABCD că:

$$V_A = V_O + R_1 \cdot I = 0 + R_1 \cdot 0 = 0;$$

$$V_B = V_A - E_1 = - E_1 = - 5 \text{ V};$$

$$V_C = V_B + R_2 \cdot I = V_B = - 5 \text{ V};$$

$$V_D = V_C - E_2 + r_2 \cdot I = -5 - 18 = -23 \text{ V.}$$

Potențialele porțiunii de circuit OFD' (Fig. 1-6) sunt :

$$V_F = V_O - E_3 = -8 \text{ V;}$$

$$V_{D'} = V_F + r_3 \cdot I = V_F = -8 \text{ V.}$$

Cu rezultatele obținute se trasează diagrama potențialelor pentru porțiunea de circuit OABCD (Fig. 1-8).

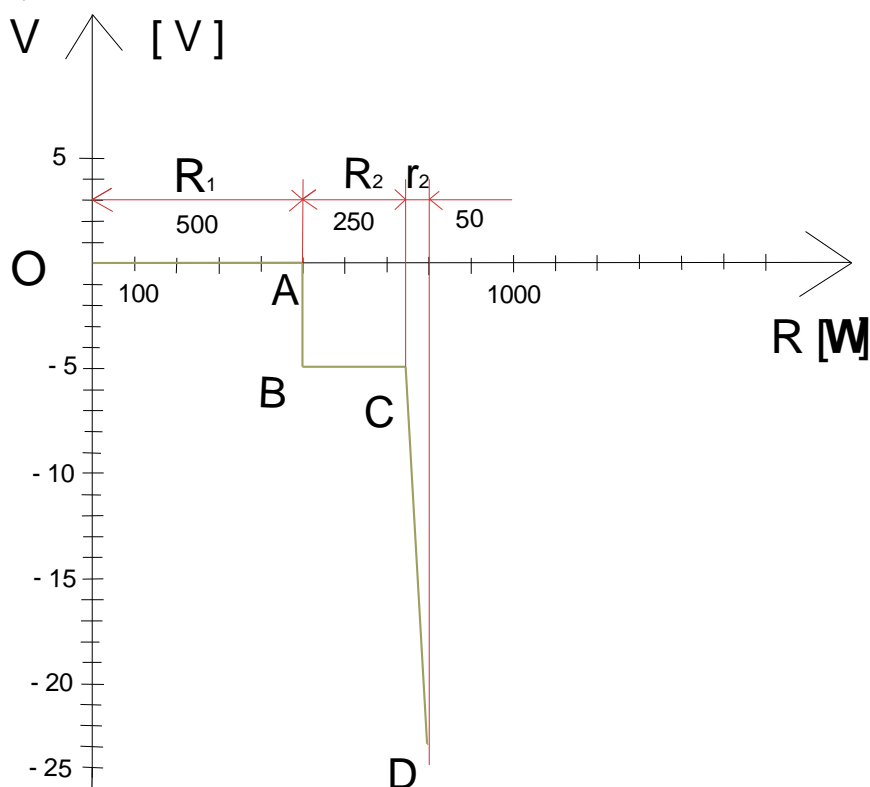


Fig. 1-8. Diagrama potențialelor circuitului deschis.

În mod asemănător se poate trasa diagrama potențialelor și pentru altă porțiune de circuit (OFD'). Diagramele pentru aceste porțiuni de circuit sunt independente.

Rezultatele obținute arată că valoarea potențialului se schimbă, pentru o porțiune deschisă de circuit, numai atunci când circuitul conține surse.

5. Ce influență are asupra potențialelor punctelor din circuitul reprezentat în Fig. 1-6, conectarea între punctul O și pământ a unei porțiuni de circuit OM, ca în Fig. 1-9 ? Dat fiind că prin porțiunea de circuit neramificat OM, din Fig. 1-9, nu trece nici un curent și dacă t.e.m.  $E = 10 \text{ V}$ , considerând potențialul punctului M de referință,  $V_M = 0$ , se va obține:

$$V_K = V_M + E = 10 \text{ V};$$

$$V_O = V_K = 10 \text{ V}.$$

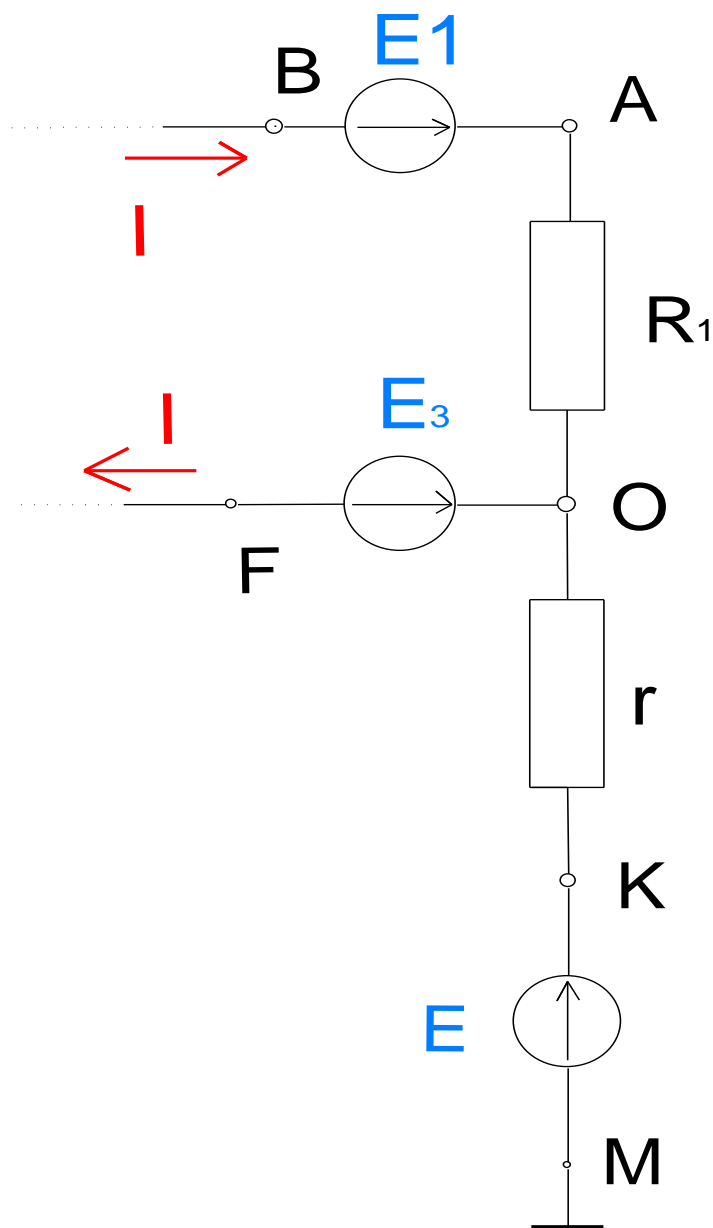


Fig. 1 – 9

Pentru calcularea potențialelor punctelor circuitului OABFO, din Fig. 1-9, se asociază, în acest caz, punctului O potențialul  $V_O = 10 \text{ V}$  și nu  $V_O = 0 \text{ V}$ . În rest calculul se efectuează ca mai înainte, cu observația că potențialele tuturor punctelor se măresc cu  $10 \text{ V}$ .

6. Ce aplicație practică au diagramele de potențial? Toate aparatele electronice folosite în tehnica radio, în automatizări, în telecomunicații, etc., sunt dotate cu diagrame de potențiale care ușurează activitățile de întreținere, reglare și reparare

a lor. Chiar și marea majoritate a aparatelor electrocasnice au astfel de diagrame de potențial.

#### 1-4. Probleme propuse pentru rezolvare

1. O sursă de t.e.m.  $E=60\text{ V}$  având rezistența internă  $r = 0,2\ \Omega$  este conectată în serie cu patru rezistoare având rezistențele  $R_1 = 1\ \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 4\ \Omega$  și  $R_4 = 0,8\ \Omega$ . Să se deseneze schema electrică și să se determine curentul care trece prin circuit.
2. Să se determine rezistența rezistorului  $R$  din circuitul electric din fig. 1-10, dacă se cunosc următoarele date :  $E=12\text{ V}$ ,  $R_1 = 1,6\ \Omega$ ,  $R_2 = 1,8\ \Omega$  și intensitatea curentului care străbate circuitul  $I=3\text{ A}$ ; se neglijează rezistența internă a sursei de energie.

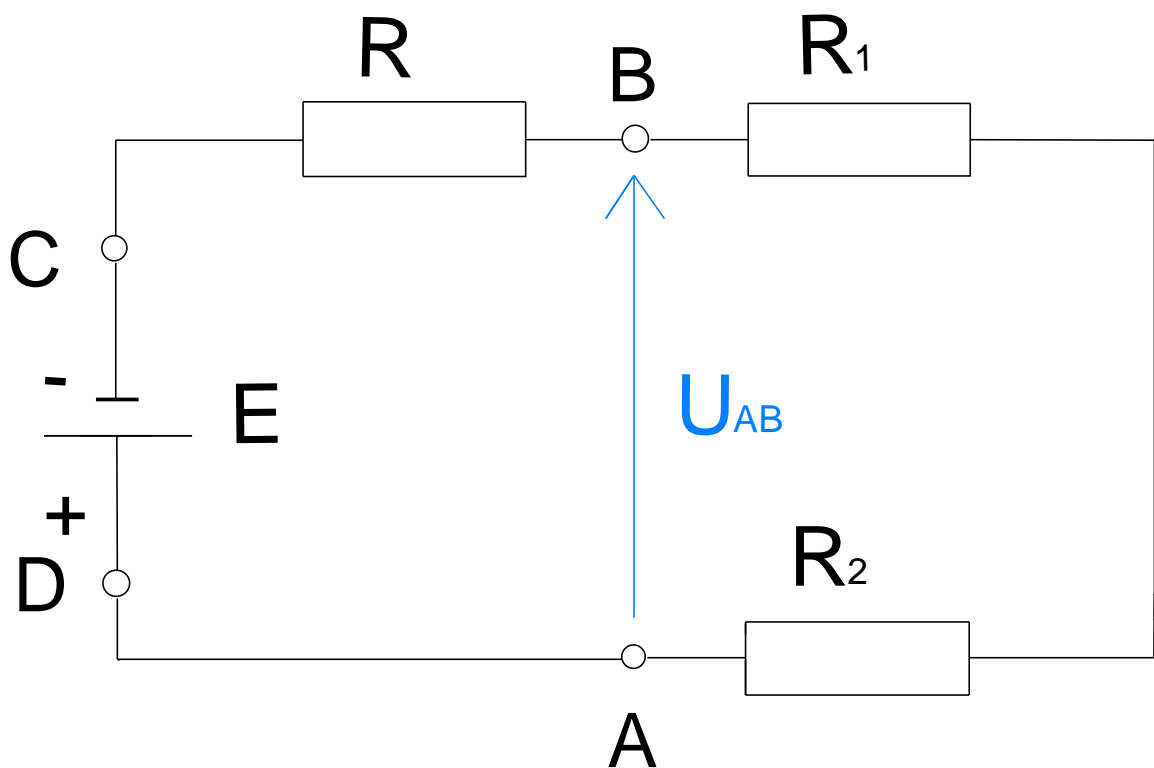


Fig. 1-10.

3. Să se determine puterile admisibile în cazul a trei rezistoare conectate în serie, având rezistențele egale cu  $R_1 = 10\ \Omega$ ,  $R_2 = 15\ \Omega$  și  $R_3 = 20\ \Omega$ , dacă se asigură un coeficient de siguranță de 1,5 și tensiunea la bornele primului rezistor este egală cu 2,5 V.
4. Să se calculeze tensiunea  $U_{BC}$  de la bornele rezistorului  $R$  din Fig. 1-10, precum și valoarea rezistenței rezistorului  $R$ , dacă  $E = 50,4\text{ V}$ ,  $U_{AB} = 24\text{ V}$ ,  $r = 2\ \Omega$  și curentul din circuit are valoarea  $I = 1,2\text{ A}$ .

5. Una dintre cele  $n$  lămpi electrice este defectă (Fig. 1-11) și toate lămpile sunt stinse. Filamentele lămpilor nu se văd din cauza sticlei opace. Cum se depistează lampa defectă cu ajutorul unui voltmetru.

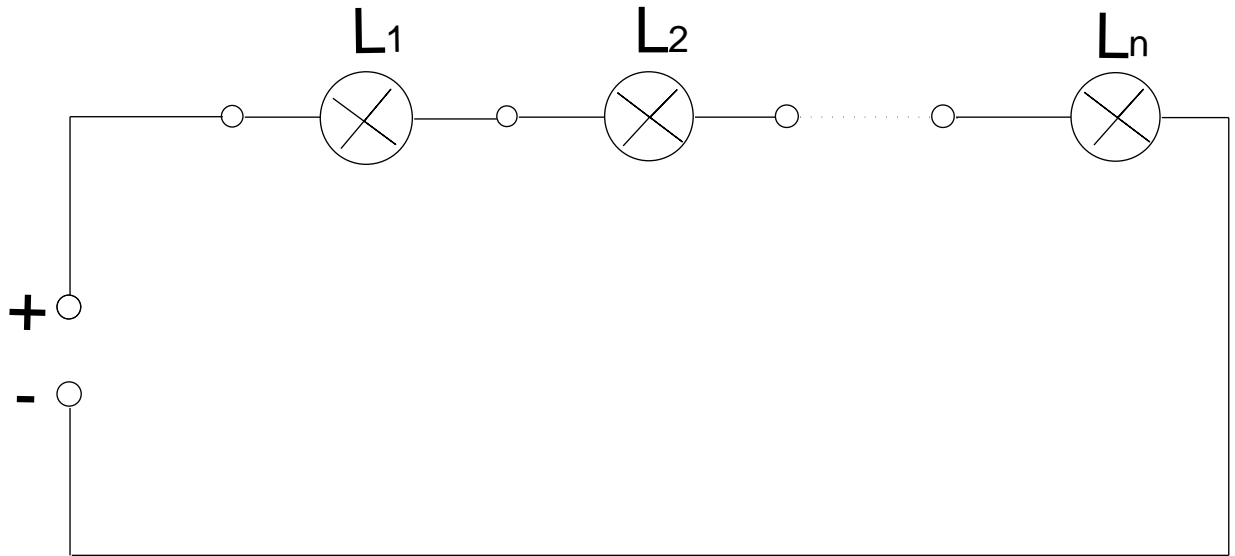


Fig. 1-11.

6. Cum se găsește lampa defectă din problema precedentă dacă nu se dispune de nici un aparat electric de măsurat ?

7. Pentru circuitul electric din Fig. 1-12 se dau :  $U=120\text{ V}$ ,  $U_{AB}=75\text{ V}$ ,  $R_1=9\ \Omega$  și  $R_2=R_3$ . Să se determine căderile de tensiune  $U_1$ ,  $U_2$  și  $U_3$ , precum și valoarea rezistenței rezistorului  $R_2$ .

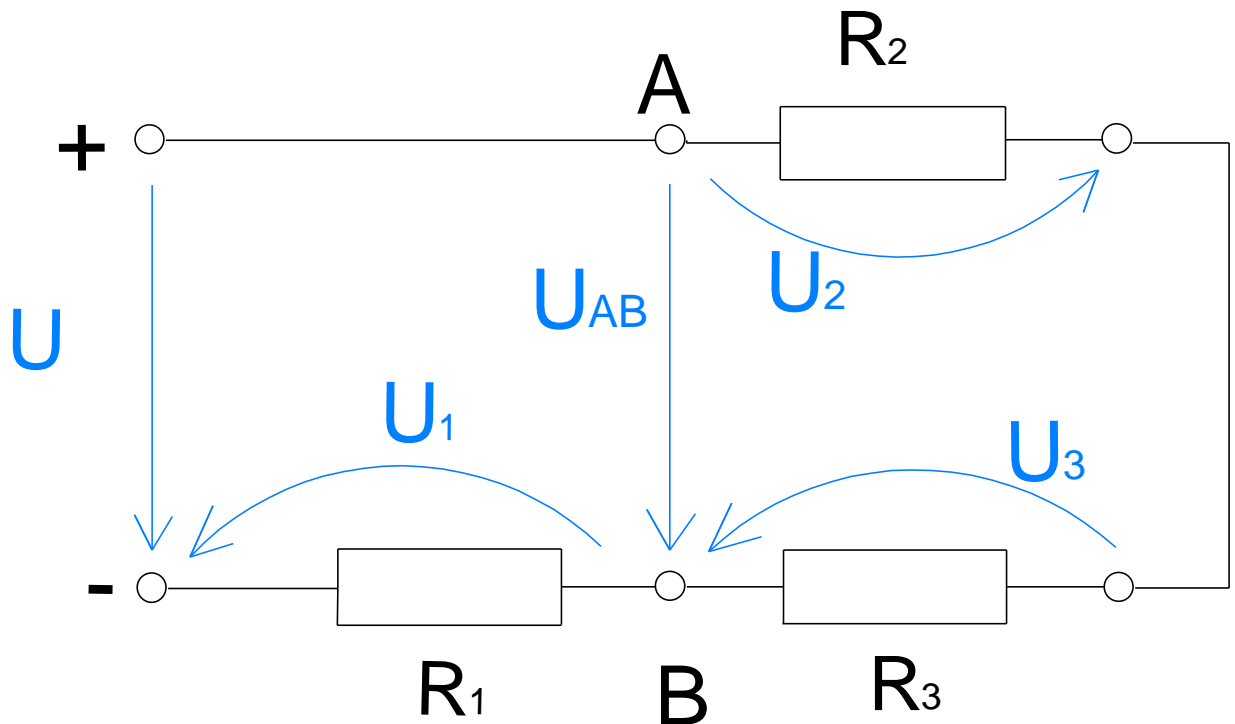


Fig. 1-12



8. Ampermetrul din Fig. 1-13 indică valoarea de 5 A atunci când întreruptorul K este pe poziția deschis și 50 A atunci când K este închis (scurtcircuitat). Să se determine raportul dintre rezistența internă a sursei și  $R_s$ .

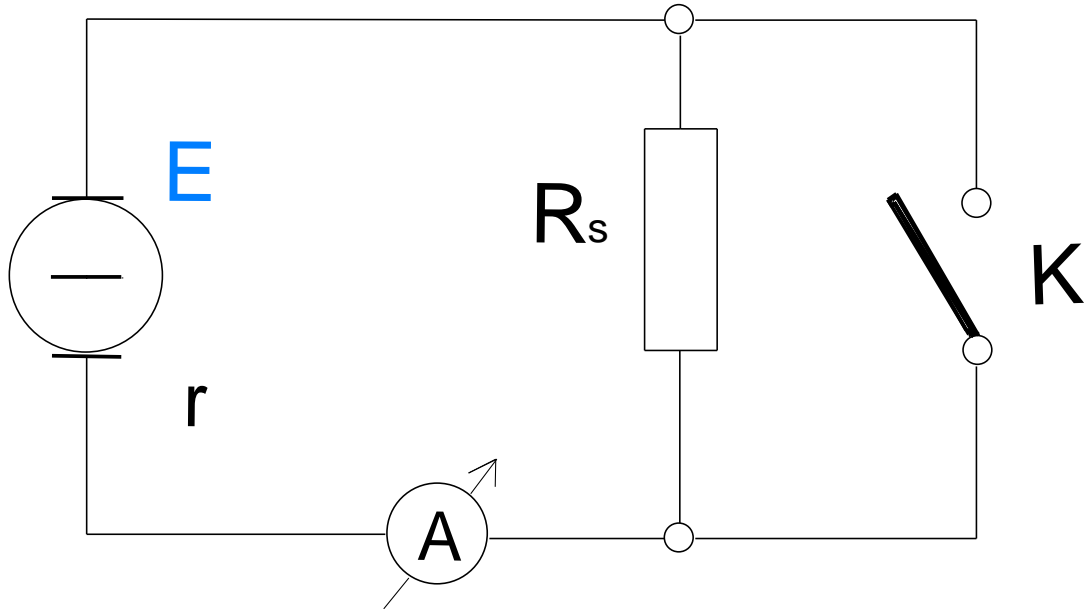


Fig. 1-13

9. O baterie de acumuloare este formată din 60 de elemente cu capacitatea de 360 Ah este încărcată timp de 8 ore de la un generator de curent continuu cu tensiunea de 220 V. Să se determine curentul de încărcare și domeniul de variație al rezistenței reostatului care asigură un curent de încărcare constant, dacă t.e.m. a fiecărui element este egală cu 1,8 V iar la sfârșitul încărcării cu 2,7 V. Se neglijează rezistența internă a acumuloarelor.

10. În circuitul electric din Fig. 1-14 voltmetrul indică tensiunea de 18 V atunci când întreruptorul K este închis și tensiunea de 56 V atunci când întreruptorul K este deschis. Să se determine rezistența internă a sursei dacă  $R_1 = 54 \Omega$ ,  $R_2 = 18 \Omega$  și  $R_3 = 36 \Omega$ .

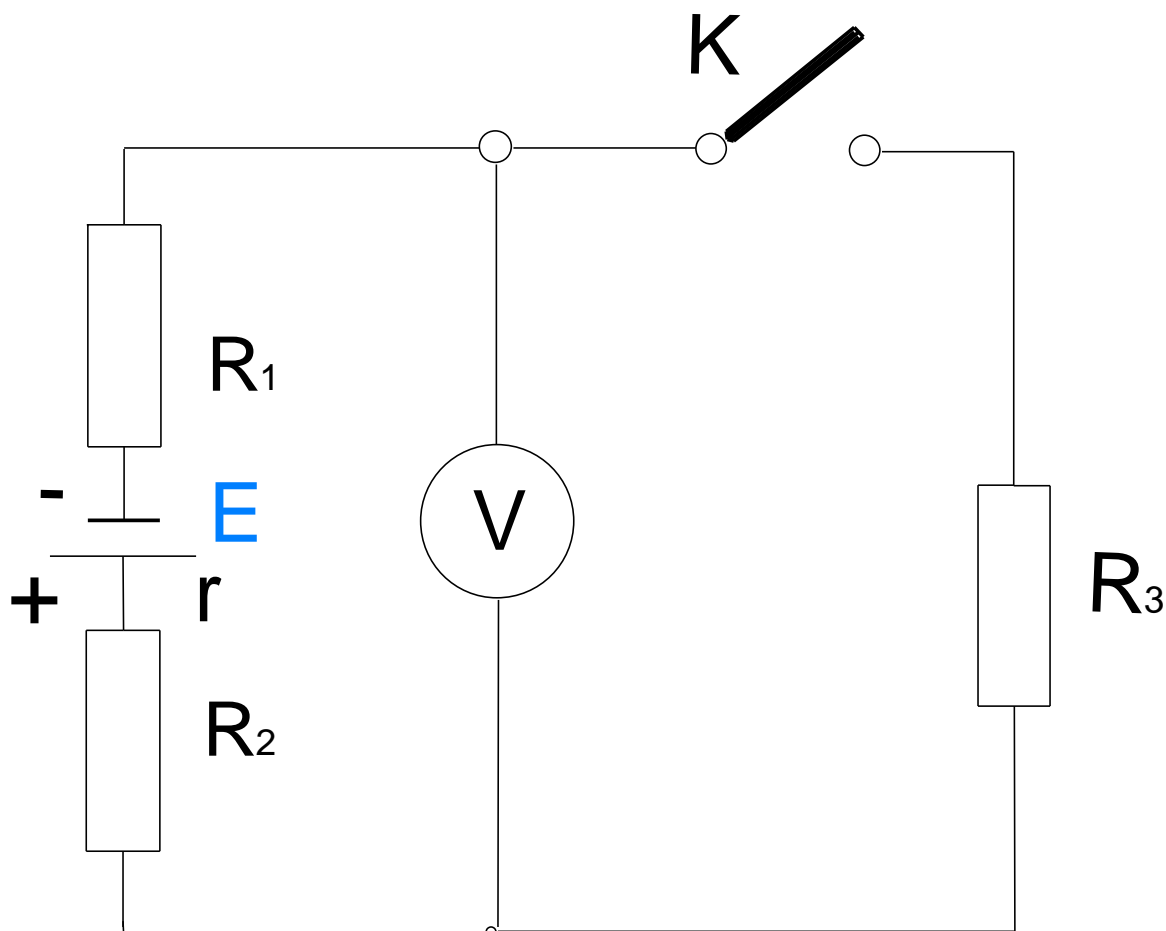


Fig. 1-14

11. O baterie de acumuloare este conectată în serie cu un reostat și un redresor cu rezistența internă de  $4 \Omega$  și tensiunea la borne de  $60 \text{ V}$  (pentru un curent de  $5 \text{ A}$ ). Curentul la începutul și sfârșitul încărcării este egal cu  $5 \text{ A}$  și, respectiv,  $2 \text{ A}$  iar rezistența reostatului este egală cu  $4,8 \Omega$  și, respectiv,  $9 \Omega$ . Să se calculeze tensiunea la bornele bateriei de acumuloare și să se stabilească bilanțul puterilor pentru regimurile de funcționare de la începutul și de la sfârșitul încărcării.

12. Să se determine intensitatea curentului electric prin circuitul din Fig. 1-15, tensiunile porțiunilor de circuit și puterilor surselor și receptoarelor; de asemenea, să se stabilească bilanțul puterilor.

Aplicație numerică :  $E_1 = 48 \text{ V}$ ,  $E_2 = 24 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $r_1 = r_2 = 1 \Omega$ ; să se determine regimul de funcționare al surselor.

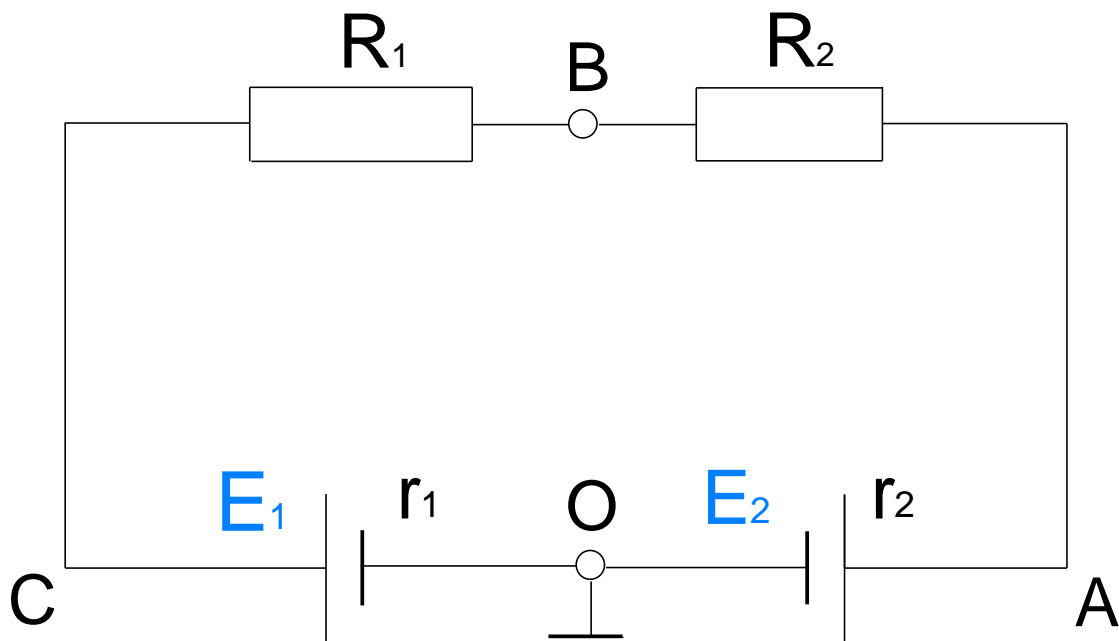


Fig. 1-15.

13. Să se traseze, în condițiile problemei 12, diagrama potențialelor.
14. Să se determine, în condițiile problemei 12, t.e.m. și rezistența internă a unei surse echivalente de tensiune, care să asigure același curent prin circuit.
15. Cum se modifică (cresc sau scad) indicațiile voltmetrului din Fig.1-16, în urma deschiderii întreruptorului  $K$ , dacă  $E_1 = 24 \text{ V}$ ,  $E_2 = 69 \text{ V}$  și  $E_3 = 12 \text{ V}$ .

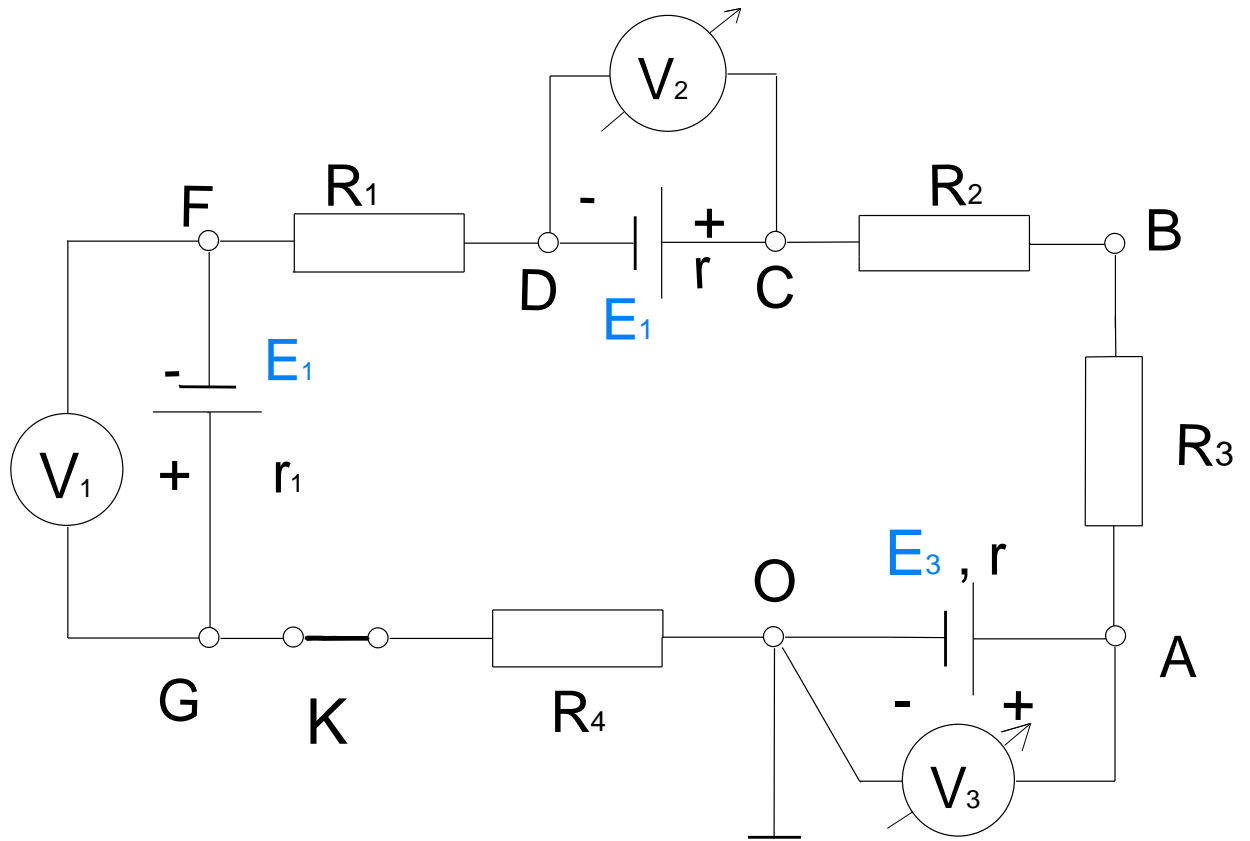


Fig. 1-16

16. Să se calculeze pentru schema din Fig. 1-16 potențialele tuturor punctelor marcate și să se deseneze diagrama potențialelor pentru toate cazurile posibile de parcurgere ale conturului (în sens orar și în sens antiorar) dacă :  $E_1 = E_2 = 12 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = 9 \Omega$ ,  $r_1 = 2 \Omega$ ,  $r_2 = r_3 = 0$ ,  $R_3 = R_4 = 20 \Omega$ ; întreruptorul K este pe poziția închis (după cum este reprezentat în schemă).

17. Să se calculeze potențialele tuturor punctelor marcate pe schema din Fig. 1-16 și să se traseze diagrama potențialelor atunci când întreruptorul K este deschis.

1-5. Problema de verificare

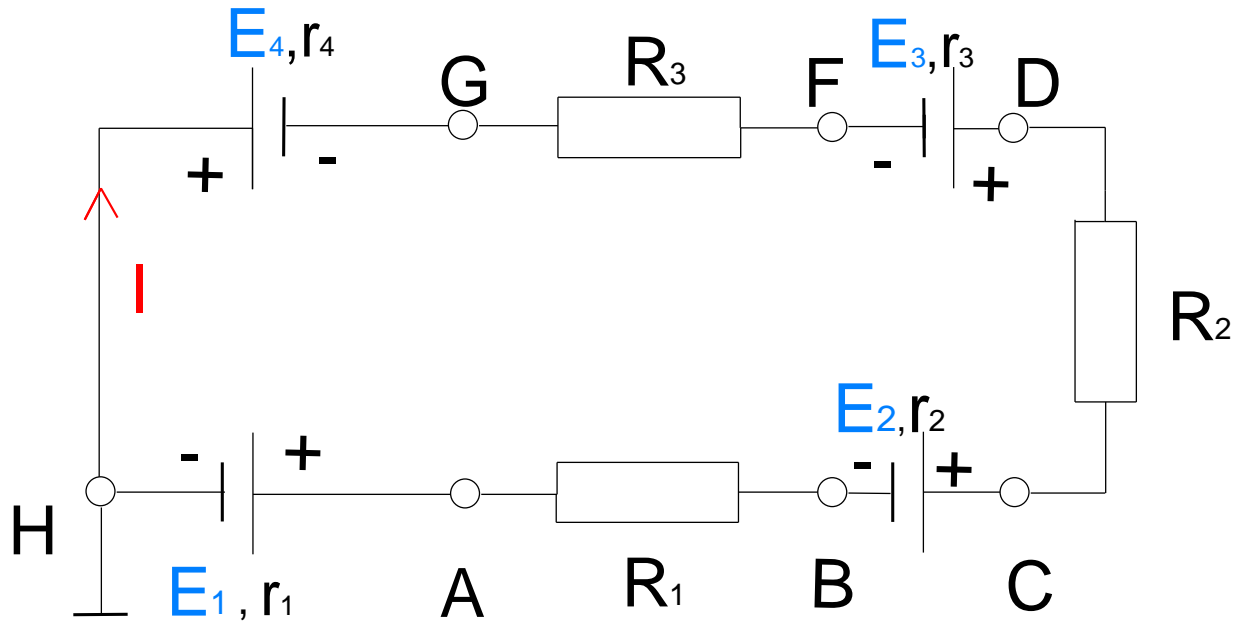


Fig. 1-17

În circuitul din Fig.1-17 se cunosc toate valorile t.e.m. și rezistoarelor :  $E_1 = 9 \text{ V}$ ,  $E_2 = E_3 = 3 \text{ V}$ ,  $E_4 = 15 \text{ V}$ ,  $R_1 = 28 \Omega$ ,  $R_2 = 7,5 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$ ,  $r_1 = r_4 = 2 \Omega$  și  $r_3 = 1,5 \Omega$ . Pentru cea de a doua sursă de t.e.m.,  $E_2$ , se neglijează rezistența internă. Pentru datele de mai sus intensitatea curentului electric prin circuit este  $I = 0,4 \text{ A}$

Să se determine, după variantele prezentate în tabelul 1-1, potențialele a două puncte ale circuitului, considerând ca potențial nul cel de al treilea punct din tabelul respectiv.

Tabelul 1-1

Variante	1	2	3	4	5	6	7
Punct de potențial nul	H	A	B	C	G	F	G
Necunoscute	$V_A; V_B$	$V_B; V_C$	$V_C; V_D$	$V_D; V_F$	$V_F; V_G$	$V_G; V_H$	$V_H; V_A$

Variante	8	9	10	11	12	13	14
Punct de potențial nul	H	G	F	D	C	B	A
Necunoscute	$V_G; V_F$	$V_F; V_B$	$V_C; V_B$	$V_C; V_B$	$V_B; V_A$	$V_A; V_H$	$V_H; V_G$

## 1-6. Răspunsuri la problemele primului capitol

1. 6 A; 1,2 V; 6 V; 24 V; 4,8 V; 58,8 V; 360 W; 352,8 W; 36 W; 144 W; 28,8 W.
2. 0,6 A.
3. La bornele lămpii defecte voltmetrul indică tensiunea  $U$ , pe când la celelalte arata valoarea zero.
4. Se scurtcircuitează, pe rând, bornele fiecărui bec cu un conductor, până când toate celelalte becuri funcționează.
5. 0,94 W; (1 W); 1,4 W (1,5 W); 1,87 W (2 W).
6. 24 V; 20  $\Omega$ .
7. 45 V; 37,5 V; 37,5 V; 7,5  $\Omega$ .
8.  $r / R_s = 1 / 9$ .
9. 4  $\Omega$ .
10. 45 A; de la 2,45  $\Omega$  până la 1,29 .
11. 36 V; 54 V; 400=180+220 (W); 160=108 +52 (W).
12. 0,6 A; 24,6 V; 16,8 V; 47,4 V; 14,76 W; 10,08 W; 3,6 W; 28,8 W;  
 $E_1$  – generator;  $E_2$  – receptor.
13. 24 V; 2  $\Omega$ .
14.  $V_A=24,6$  V;  $V_C=47,4$  V;  $V_B=41,4$  V.
15.  $U_2$  va crește iar  $U_1$  și  $U_3$  se vor micșora.
16.  $V_A=30$  V;  $V_B=20$  V;  $V_C=15,5$  V;  $V_D=3,5$ ;  $V_F= -1$  V și  $V_G=10$  V.

Răspunsurile la problema de verificare sunt date în tabelul 1-2.

Tabelul 1-2

Variante	1	2	3	4	5	6	7
Potențiale	8,2	-11,2	3	-3	-3,2	-8	14,2
Potențiale	-3	-8,2	0	-6,2	-11,2	6,2	22,4

Variante	8	9	10	11	12	13	14
Potențiale	-14,2	8	3,2	3	-3	11,2	-8,2
Potențiale	-6,2	11,2	6,2	0	8,2	3	-22,4

## CAPITOLUL 2

Circuit ramificat de curent continuu alimentat de la o singură sursă de energie

2-1. Circuit cu două noduri, alimentat de la o singură sursă de energie. Calculul circuitului

Enunțul problemei

O sursă de t.e.m  $E=120\text{ V}$  și rezistența internă  $r = 2\ \Omega$  este amplasată în circuitul din Fig. 2-1 unde  $R_1 = 18\ \Omega$ ,  $R_2 = 100\ \Omega$  și  $R_3 = 150\ \Omega$ .

Să se calculeze curenții prin toate sectoarele circuitului, tensiunea la bornele receptoarelor și la bornele sursei precum și puterile sursei și a tuturor receptoarelor.

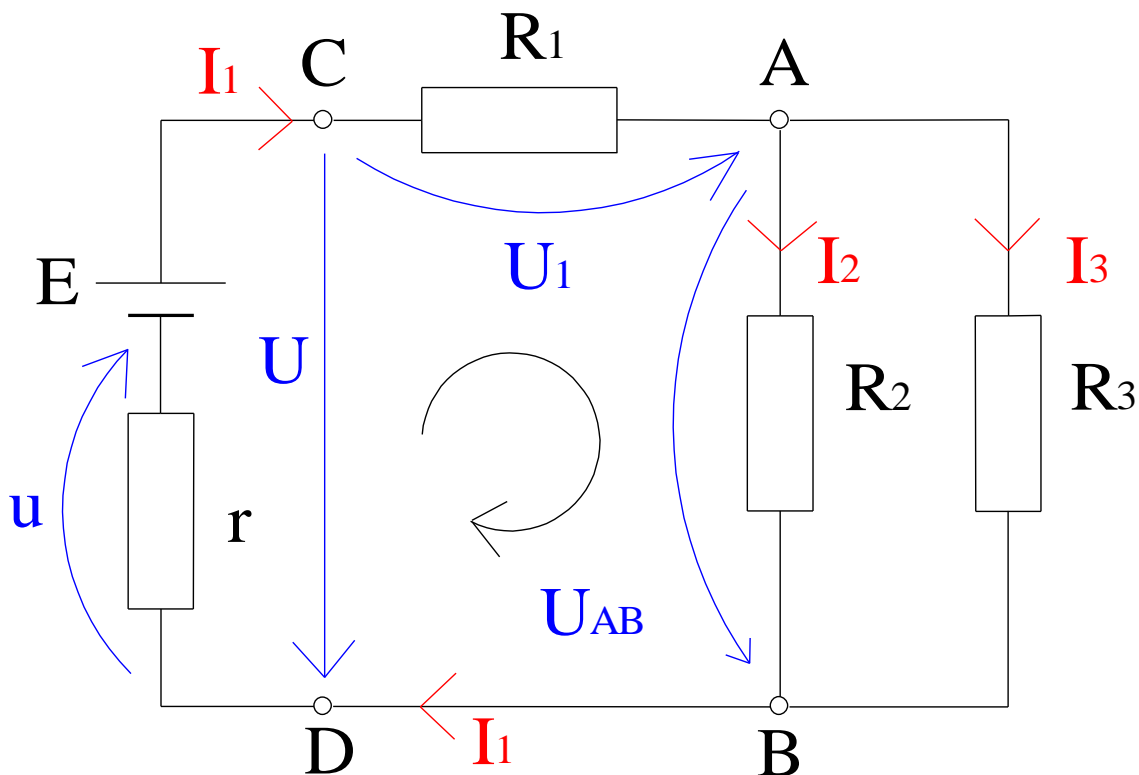


Fig. 2-1 Circuit ramificat cu o sursă de tensiune

Rezolvarea problemei

1. Sursă de tensiune. În această problemă ca și în precedentele se folosește o sursă de energie care este caracterizată prin t.e.m. și rezistența sa internă. O astfel de masă de energie se numește sursă de t.e.m.

După cum s-a arătat și mai înainte (paragrafele 1-1, 1-2) t.e.m a unei surse asigură trecerea curentului prin circuit și furnizează energie receptoarelor în timp ce rezistența sa internă determină pierderile de energie din interiorul sursei.

Pentru că pierderile de energie din sursă să fie cât mai mici, în mod obișnuit se alege o rezistență internă mai mică decât rezistență echivalentă porțiunii exterioare a circuitului. Se reamintește că toate sursele de energie luate în considerare în problemele precedente satisfac această condiție. În practic, adeseori, este posibil să se regleze rezistența relativ mică a sursei. Aceste surse, fără rezistență internă, constituie surse de t.e.m ideale, în practică numindu-se surse de tensiune asociată.

Astfel se poate combina o sursă de t.e.m cu o sursă de tensiune asociată.

2. Curenții din circuit. În toate porțiunile neramificate ale circuitului format de sursa de t.e.m, rezistențele  $R_1$  și  $r$  conectate în serie intensitatea curentului este aceeași  $I$  (Fig. 2-1).

În nodul A acest curent se împarte în doi curenții:  $I_2$  și  $I_3$ . Acești curenți se reunesc apoi în nodul B și formează din nou curentul  $I_1$ . Astfel în conformitate cu prima teoremă a lui Kirchhoff  $I_1 = I_2 + I_3$ , relație valabilă atât pentru nodul A cât și pentru nodul B.

3. Calculul rezistențelor echivalente a circuitului. Schema simplificată.

Înlocuind anumite porțiuni de circuit, având conectate rezistoarele în serie și paralel prin rezistența rezistorului echivalent corespunzător.

Care este scopul urmărit prin simplificarea schemei? Scopul simplificării schemei este obținerea unui circuit simplu, neramificat al cărui calcul se cunoaște. Astfel, înlocuind rezistoarele  $R_2$  și  $R_3$  prin rezistorul echivalent  $R_{23}$  :

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60\Omega$$

După această înlocuire se obține un circuit simplu fără derivații în Fig. 2-2



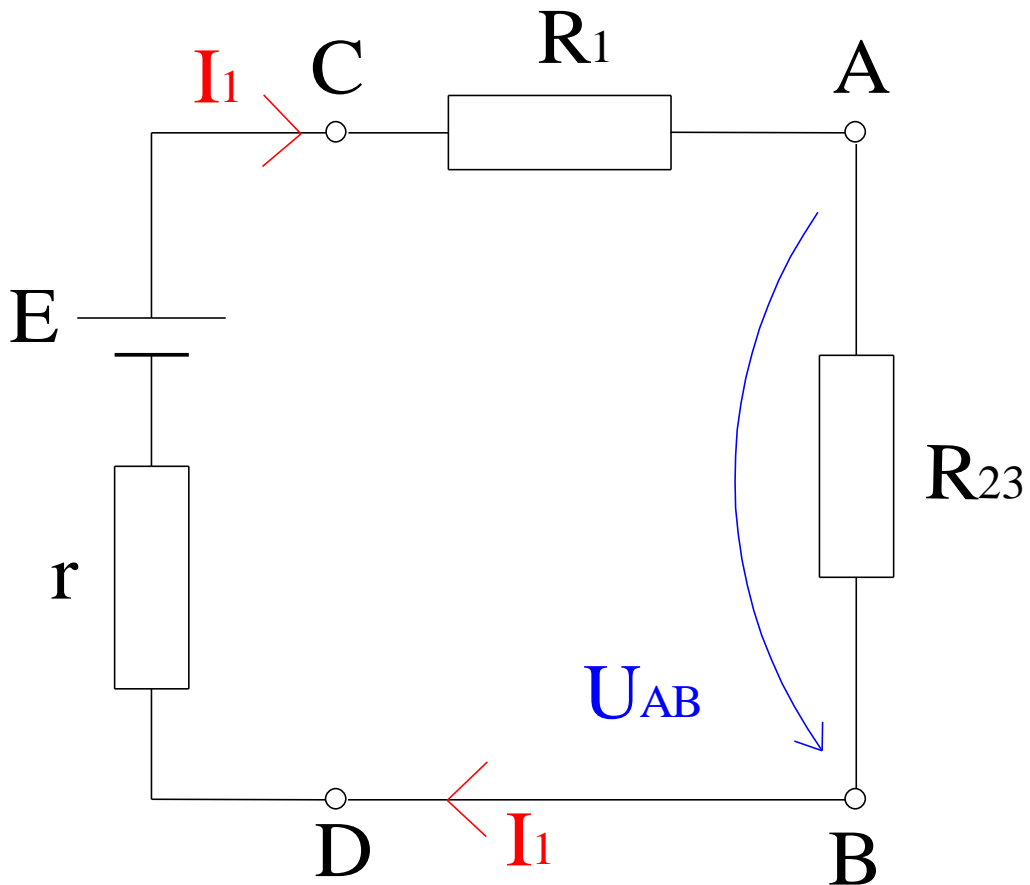


Fig.2-2. Schema simplificată a circuitului din fig.2-1

4. Calculul curenților și tensiunilor. În ce ordine trebuie să se calculeze curenții? Prima dată se calculează curentul din circuitul simplificat  $I_1$  (Fig. 2-2).

$$I_1 = \frac{E}{r + R_1 + R_{23}} = \frac{120}{2 + 18 + 60} = 1,5A$$

Apoi se trece la schema inițială (Fig 2-1) pentru care este valabilă relația obținută din aplicarea primei teoreme a lui Kirchohoff.

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (2-1)$$

Sau:

$$I_2 + I_3 = 1,5 A \quad (2-2)$$

Pe de altă parte, prin ramurile conectate în paralel curenții sunt invers proporționali cu rezistențele acestor ramuri, adică :

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{150}{100} = 1.5 \quad (2-3)$$

În adevăr,  $U_{AB} = R_2 \cdot I_2 = R_3 \cdot I_3$  de unde rezultă că :

$$I_2 = 1,5 I_3 \quad (2-4)$$

Înlocuind curentul  $I_2$  din ecuația (2-2) cu valoare din ecuația (2-4) se obține:

$$1,5 \cdot I_3 + I_3 = 1,5$$

de unde rezultă  $I_3$ :  $I_3 = \frac{1,5}{2,5} = 0,6A$  și revenind la ecuația (2-4)

$$I_2 = 1,5 \cdot I_3 = 1,5 \cdot 0,6 A = 0,9 A$$

Determinarea căderilor de tensiune pe toate rezistoarele:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 18 \cdot 1,5 = 27 V$$

$$U_0 = r \cdot I_1 = 2 \cdot 1,5 = 3 V$$

$$U_{AB} = R_2 \cdot I_2 = 100 \cdot 0,9 = 90V$$

Tensiunea la bornele CD ale sursei este:

$$U = E - U_0 = 120 - 3 = 117 V$$

Astfel calculul curenților și al tensiunilor se efectuează trecând progresiv de la circuitul simplificat la circuitul dat.

Cum se poate verifica determinarea corectă a tensiunilor și a curenților?

Pentru corectitudinea calculelor se pot folosi teoremele lui Kirchhoff. Astfel curenții obținuți trebuie să satisfacă teorema lui Kirchhoff, în adevăr

$$I_2 + I_3 = 0,9 + 0,6 = 1,5 A = I_1$$

Verificarea se poate face și cu ajutorul celei de a doua teorema a lui Kirchhoff conform căreia pentru un ochi de circuit închis suma algebrică a t.e.m trebuie să fie egală cu suma algebrică a căderilor de tensiune pe toate rezistențele ochiului, dar calculele sunt mai laborioase.

5. Calculul puterilor. Puterea furnizată de sursa  $P_s$  este:

$$P_s = E \cdot I_1 = 120 \cdot 1,5 = 180 W$$

Pierderea pe rezistența internă  $P_o$  este:

$$P_o = r_o (I_1)^2 = 2 \cdot 1,5^2 = 4,5 W$$

În consecință sursa cedează circuitului exterior o putere  $P$ :

$$P = P_s - P_o = 180 - 4,5 = 175,5 W$$

Această putere poate fi calculată și în alt mod:

$$P = U \cdot I_1 = 117 \cdot 1,5 = 175,5 W$$

Pe de altă parte:

$$P = R_1 I_1^2 + R_{23} I_1^2 = (R_1 + R_{23}) I_1^2 = (18 + 60) 1,5^2 = 175,5 W$$

Cum să verificăm dacă s-a efectuat corect calculul circuitului?

Verificarea se face cu ajutorul bilanțului puterii. Astfel, puterea furnizată de sursă în circuitul exterior  $P_s - P_o = 175,5 W$  trebuie să fie egală cu puterea tuturor receptoarelor de energie  $P = 175,5 W$ , adică balanța puterilor.

## Discuții suplimentare

1. Cum se obține relația de repartizare a curentului total prin ramurile de circuit conectate în paralel?

Exprimând curentul  $I_3$  în funcție de  $I_2$ , din ecuația (2-3)

$$I_3 = I_2 \frac{R_2}{R_3}$$

Și înlocuind valoarea lui în ecuația (2-1) se obține :

$$I_2 + I_2 \frac{R_2}{R_3} = I_1$$

de unde:  $I_2 \frac{R_2 + R_3}{R_3} = I_1$

$$\text{sau: } I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad (2-5)$$

În consecință, curentul printr-una din ramurile conectate în paralel  $I_2$ , este egal cu curentul total  $I_1$ , împărțit la suma rezistențelor ramurilor și înmulțit cu rezistența celeilalte ramuri.

2. Cum se determină tensiunea între nodurile porțiunii ramificate de circuit?

Această discuție se poartă pe baza tensiuni de nod  $U_{AB}$  pentru schema simplificată (2-2).

$$U_{AB} = R_{23} \cdot I_1 = 60 \cdot 1,5 = 90 \text{ V}$$

și pentru schema dată (Fig. 2-1)

$$U_{AB} = R_2 \cdot I_2 = 100 \cdot 0,9 = 90 \text{ V}$$

În consecință, tensiunea între nodurile porțiunii ramificate se determină fie înmulțind curentul printr-o ramură cu rezistența acelei ramuri, fie înmulțind curentul total al circuitului cu rezistența echivalentă a porțiunii ramificate.

3. Cum se determină tensiunea aplicând a doua teoremă a lui Kirchhoff?

Mai întâi, se reamintesc regulile semnelor mărimilor care intervin în a doua teoremă a lui Kirchhoff. t.e.m se ia cu semnul „+” dacă sensul ei coincide cu sensul de parcurgere al ochiului și cu „-” în caz contrar.

După aceste reguli ochiul CABDC (Fig. 2-1) străbătut în sens se obține:

$$E = (r_0 + R_1 + R_{2,3})I_1 = U_0 + U_1 + U_{AB}$$

Parcurgând acest ochi în sens contrar se obține :

$$- E = - U_0 - U_1 - U_{AB}$$

Aceste 2 ecuații fiind echivalente

Ecuația obținută dă mai departe :

$$U_{AB} = E - U_0 - U_1 = 120 - 3 - 27 = 90 \text{ V rezultat deja obținut}$$

În consecință, cu ajutorul celei de-a doua teoremă a lui Kirchhoff se poate determina tensiunea pe orice porțiune a circuitului dacă se cunoaște tensiunea pe celelalte porțiuni ale circuitului .

4. Se poate dispune sursa într-o ramură interioară a schemei?

Circuitul examinat în problemă poate fi reprezentat ca în Fig. 2-3

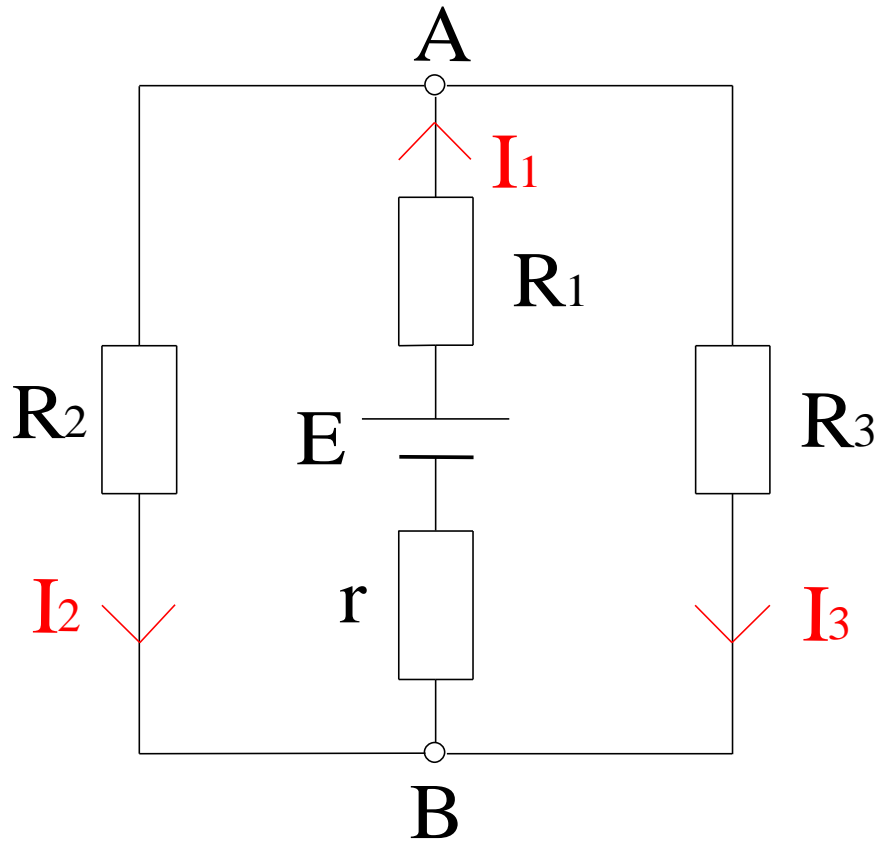


Fig. 2-3. Schema unui circuit cu sursă de energie dispusă într-o ramură interioară

Această schemă nu diferă de schema inițială (Fig.2-1) decât prin amplasarea în mijlocul schemei a porțiunii de circuit ce conține sursa. De fapt nu este decât o reprezentare diferită a schemei aceluiași circuit, calculul efectuat rămânând valabil pentru ambele scheme.

Câteodată calculul circuitului din Fig. 2-3 prezintă dificultăți, pentru că nu se ține seama de rezistențele  $R_2$  și  $R_3$  care sunt conectate la aceleași noduri, A și B, adică fiind conectate în paralel pot fi înlocuite prin registrul echivalent  $R_{23}$ , după care schema ia forma simplificată din Fig. 2-3.

5 .Ce efect are un scurtcircuit la bornele rezistorului  $R_3$  asupra curenților și tensiunilor din circuit (Fig. 2-1)?

În Fig. 2-4 se reprezintă acest scurtcircuit realizat cu un conductor suplimentar de rezistență foarte mică, montat la bornele rezistorului  $R_3$ . În realitate, un astfel de regim de scurtcircuit poate să apară ca urmare a unei erori de montaj, deteriorarea rezistorului etc.

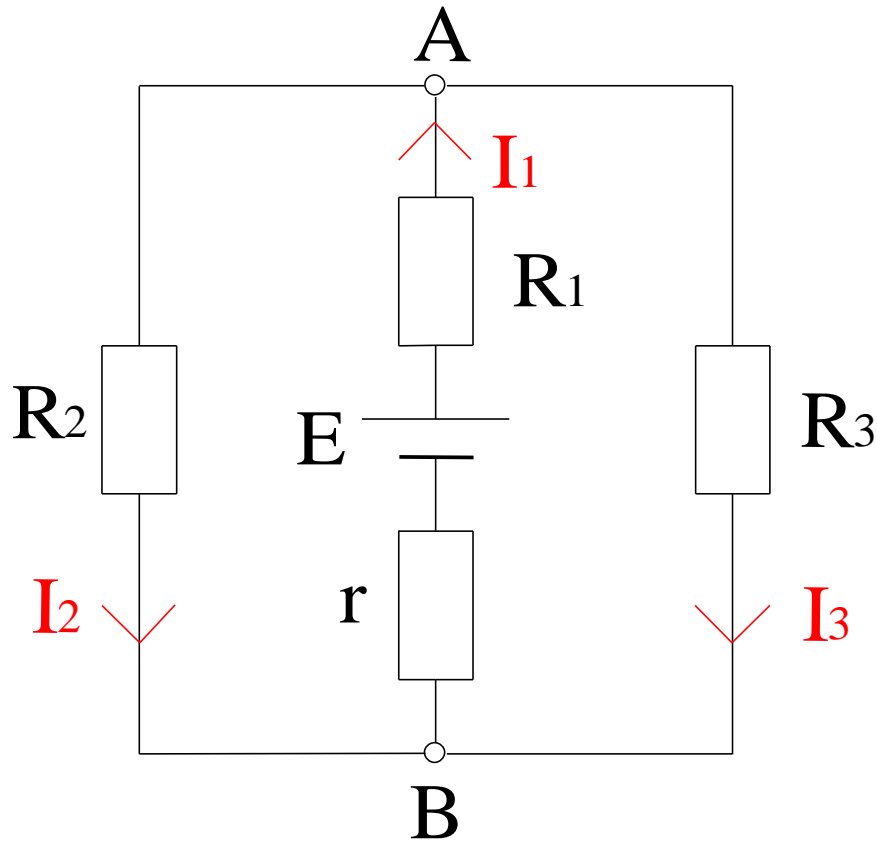


Fig. 2-4 Scurtcircuitarea rezistorului  $R_3$

În regim de scurtcircuit rezistența unei ramuri racordată la punctele A și B (Fig. 2-4) poate fi considerată egală cu zero. Conductanța echivalentă între punctele A și B devine atunci egală cu :

$$G_{AB} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{0} = \infty$$

De unde rezultă că rezistența echivalentă a acestei porțiuni  $R_{AB} = 0$ . Astfel, rezistența totală a întregului circuit  $R_{tot} = R_1 + r + R_{AB} = R_1 + r$  se micșorează, ca urmare curentul total  $I_1$  crește și tensiunea la bornele sursei  $U = E - r \cdot I_1$  se micșorează.

Curenții prin ramurile dispuse în paralel,  $I_2$  și  $I_3$  vor fi nuli din cauză că în rezistoarele conectate în paralel curentul total se repartizează invers proporțional cu rezistențele rezistorului, adică, curentul  $I_1$  va trece practic prin ramura a cărei rezistență este nulă, în cazul de aici prin conductorul de racordare ca în Fig. 2-4.

## 2-2. Circuit cu două noduri alimentat de la o singură sursă de energie

### Enunțul problemei:

Circuitul din fig.2-5 alimentat de la o sursă de curent  $I_G = 880 \mu\text{A}$  și având conductanța proprie (internă)  $g = 2 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$ , este format din trei receptoare montate în paralel având conductanțele  $G_1 = G_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ S}$  și  $G_3 = 10 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ .

Să se calculeze toți curenții din circuit (Fig. 2-5), tensiunea la bornele sursei de curent, puterea sursei și a tuturor receptoarelor.

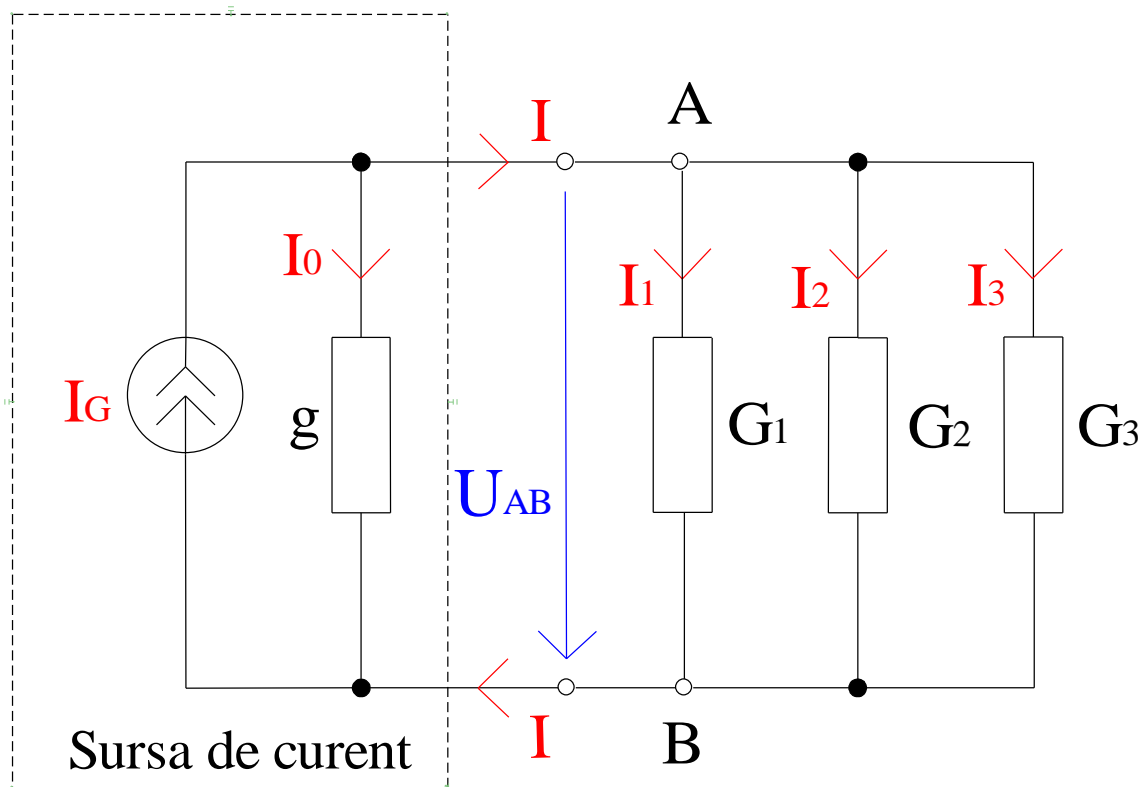


Fig.2-5 Circuit ramificat cu o sursă de curent

### Rezolvarea problemei:

1. Sursa de curent. În multe domenii ale tehnicii (electrotehnică, radiotehnică, construcția aparatelor, etc) se folosesc surse de energie având o foarte mare rezistență  $r_0$ . Circuitele cu astfel de surse funcționează, de regulă într-un regim pentru care rezistența sarcinii este mult mai mică decât rezistența internă a sursei, adică  $R_S \ll r_0$ . Pentru o astfel de condiție și atunci când t.e.m este cunoscută, curentul sursei:

$$I = \frac{E}{r_0 + R_s} \cong \frac{E}{r_0} = const$$

și nu depinde practic de rezistența porțiunii exterioare  $R_s$ . În teoria circuitelor o astfel de sursă de energie se numește sursă de curent.

Într-un circuit conținând o sursă de t.e.m curentul este egal cu raportul dintre t.e.m și rezistența echivalentă totală a circuitului, tensiunea la bornele unei surse de curent este egală cu produsul dintre curentul sursei și rezistența echivalentă totală a circuitului.

Pentru o sursă de curent ideală, adică acea sursă de curent care furnizează un curent strict constant oricare ar fi sarcina (în plus, regimul de mers în gol este imposibil de realizat), rezistența internă se consideră infinită.

Astfel o sursă de energie idealizată, a cărei rezistență internă este infinită asigură un curent identic pentru orice sarcină constituie o sursă de curent ideală.

O sursă de curent ideală se reprezintă schematic printr-un cerc în care sunt două săgeți, a căror sens arată sensul curentului. Această săgeată dublă indică faptul că rezistența internă este infinită. Orice sursă reală de curent se caracterizează prin pierderi interne de energie, pierderi datorate rezistenței interne. În cazul sursei de t.e.m, după cum s-a arătat mai înainte, rezistența este conectată în serie cu t.e.m corespunzătoare o conectare identică de curent ar însemna cuplarea în serie a rezistenței infinite a sursei ideale cu rezistența internă care determină pierderi finite, ceea ce nu are sens. Din această cauză o sursă reală de curent se reprezintă printr-o sursă de curent ideală la bornele căreia se conectează în paralel o ramură având rezistența internă  $r_0$  sau conductanța internă  $g = \frac{1}{r}$

Conductanța internă  $g_0$  (Fig. 2-5) ține seama de toți factorii de variație a curentului exterior  $I$  în timpul funcționării în sarcină a sursei de curent. În consecință, o sursă de energie determinată de un curent  $Ig$  prin sursă și prin conductanța sa internă  $g_0$  se numește sursă de curent.

2. Calculul tensiunii între noduri și a curenților prin ramuri. Pentru determinarea curenților prin două ramuri conectate în paralel s-a folosit mai înainte proprietatea după care curenții sunt invers proporționali cu rezistența sarcinii respective. Pentru un număr mai mare de ramuri conectate în paralel rezultatul se obține mai repede folosind metoda următoare.

Mai întâi se determină rezistența totală sau conductanța totală între punctele A și B (Fig. 2-5). Astfel conductanța porțiunii exterioare sursei este:

$$G_{AB} = G_1 + G_2 + G_3 = 5 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 10^{-6} = 20 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} = 2 \cdot 10^{-5} S$$

Conductanța echivalența a întregului circuit este:

$$G_e = g + G_{AB} = 0,2 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-5} = 2,2 \cdot 10^{-5} S$$

Tensiunea între nodurile A și B (Fig. 2-5) sau tensiunea la bornele sursei va fi:

$$U_{AB} = \frac{I_G}{G_e} = \frac{880 \cdot 10^{-6}}{2,2 \cdot 10^{-5}} = \frac{88 \cdot 10^{-5}}{2,2 \cdot 10^{-5}} = 40V$$

Curenții prin circuit:

$$I_1 = I_2 = G_1 \cdot U_{AB} = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 200 \mu A$$

$$I_3 = G_3 \cdot U_{AB} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 400 \mu A$$

Determinarea curenților prin mai multe ramuri de circuit conectate în paralel prin metoda tensiunii între noduri dă o soluție mai rapidă a problemei și avantajele acestei metode cresc odată cu creșterea numărului de ramuri conectate în paralel.

3. Calculul curentului total și intern. Curentul total pentru porțiunea exterioară sursei I este:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 \cdot 200 + 400 = 800 \mu A$$

Curentul conductanței interne  $g_o$  este:

$$I_o = I_g - I = 880 - 80 = 80 \mu A$$

Sau, în alt mod:

$$I = g \cdot U_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 80 \mu A$$

4. Calculul puterilor. Energia de la sursa de curent (Fig. 2-5) este furnizată prin ramura prin care trece curentul  $I_g$ . Această ramură are la borne tensiunea  $U_{AB} = 40 V$  și debitează o putere  $P_{sc} = U_{AB} \cdot I_c = 40 \cdot 880 \cdot 10^{-6} = 35,2 \text{ mW}$

Pierderea de putere pe conductanța internă a sursei  $P_o$  este:

$$P_o = g \cdot U_{AB}^2 = 0,2 \cdot 10^{-5} \cdot 40^2 = 3,2 \text{ mW}$$

Puterea furnizată circuitului exterior P este:

$$P = G_{AB} \cdot U_{AB}^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 40^2 = 32 \text{ mW}$$

Făcând bilanțul puterilor:

$$P_{sc} = 35,2 \text{ mW} = P_o + P = 3,2 + 32 = 35,2 \text{ mW}$$

Adică puterea cedată de elementele active (sursa) este egală cu puterea cedată de elementele pasive.



### Discuții suplimentare

1. Cum se poate transforma sursa de curent din Fig. 2-5, într-o sursă echivalentă de tensiune? O sursă de curent având parametrii  $I_g$  și  $g_o$  și o sursă de tensiune cu parametrii  $E$  și  $r_o$  sunt echivalente dacă:

$$E = \frac{I_g}{g_o} \quad \text{și} \quad g_o = \frac{1}{r_o}$$

Înlocuind în aceste formule parametrii echivalenței se obțin parametrii sursei de tensiune echivalente:

$$E_e = \frac{I_g}{g} = \frac{880 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 440V$$

$$r = \Omega$$

Circuitul din Fig. 2-5 se poate reprezenta sub formă schemei echivalente din Fig. 2-6, unde  $R_{AB}$  este rezistența porțiunii exterioare sursei:

$$R_{AB} = \frac{1}{G_{AB}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 0.5 \cdot 10^5 = 50k \Omega$$

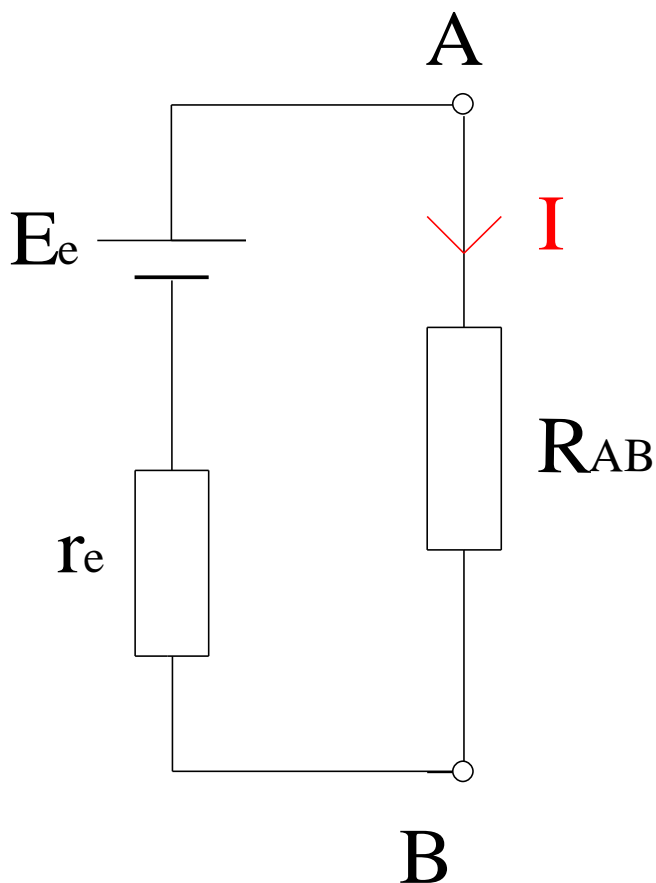


Fig. 2-6. Schema sursei de tensiune echivalenta schemei sursei de curent din Fig. 2-5.

După verificarea calculelor se determină curentul  $I$  și tensiunea  $U_{AB}$  din schema echivalentă (Fig.2-6).

$$I = \frac{E_e}{r_e + R_{AB}} = \frac{440}{5 \cdot 10^5 + 0,5 \cdot 10^5} = \frac{440}{5,5 \cdot 10^5} = 800 \cdot 10^{-6} = 800 \mu A$$

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot I = 0,5 \cdot 10^5 \cdot 800 \cdot 10^{-6} = 40 V$$

Se observă echivalența rezultatelor.

2.Care sunt parametrii identici atât sursei de curent cât și sursei de tensiune?

După cum s-a arătat și la discuția suplimentară 1, sursa de curent și sursa de tensiune echivalentă funcționează în circuitul exterior, are curenți și tensiuni identici. În consecință ele furnizează sarcini și puteri identice. În același timp sursele examinate nu sunt echivalente din punct de vedere al puterilor pe care le debitează. Astfel pentru circuitul din Fig. 2-6, sursa de tensiune debitează o putere:

$$P_{st} = E_e \cdot I = \frac{I_g}{g_0} \cdot I = \frac{880 \cdot 10^{-6} \cdot 800 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 352 mW$$

În timp ce sursa de curent (ideală) din Fig.2-5 debitează o putere:

$$P_{sc} = U_{AB} \cdot I_g = \frac{I}{G_{AB}} \cdot I_g = \frac{880 \cdot 10^{-6} \cdot 800 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} = 35,2 mW$$

3.Cum se poate stabili tensiunea între noduri sau curentul printr-o ramură (latură) de circuit? Pentru stabilizarea tensiunii sau curentului unei porțiuni de circuit trebuie să se asigure cunoașterea acestora pentru toate variațiile parametrului porțiunii de circuit respective. De exemplu, pentru stabilizarea tensiunii între punctele A și B din Fig. 2-1, trebuie să se conecteze o sursă ideală de tensiune între punctele respective. De observat faptul că rezistența internă a unei surse ideale de tensiune fiind reglabila, tensiunea de la bornele ei (sau între punctele A și B) va fi aceeași pentru orice variație a rezistențelor sau a t.e.m din Fig. 2-1.

Dacă într-o latură oarecare a circuitului se conectează o sursă de curent atunci se asigură stabilizarea curentului prin această latură.

4. Cum se determină curenții din circuitul din Fig.2-7?

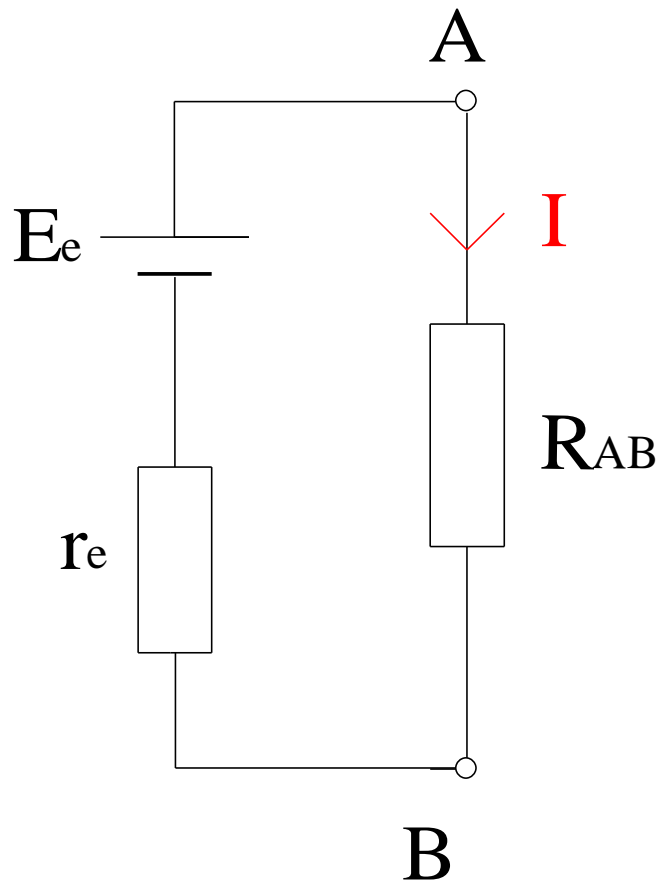


Fig. 2-7. Conectarea în paralel a unei surse de curent cu o sursă de tensiune

Determinarea tuturor curenților se face aplicând principiul superpoziției. Prima dată determinăm curenții tuturor ramurilor produși de sursa de curent  $I_g$ . În acest caz sursa de t.e.m  $E$  nu are nici o influență, adică  $E = 0$  și rezistența laturii de circuit în care este conectată (Fig. 2-7) este nulă.

Rezistența  $R$  este scurtcircuitată și nu va fi străbătută de nici un curent. Astfel, pentru regimul considerat curenții parțiali prin toate laturile vor fi:

$$I'_1 = I_g ; I'_2 = 0 ; I'_3 = - I'_3 = - I_g$$

Acum se vor determina curenții generați numai de către sursa de t.e.m  $E$ . În prima ramură acțiunea sursei de curent  $I_g$  este alimentată, dar rezistența sa internă fiind infinită, și menținându-se în continuare, înseamnă că prima latura de circuit este întreruptă. Curenții parțiali ai acestui regim de lucru vor fi:

$$I''_1 = 0 \quad , I''_2 = I''_3 = \frac{E}{R}$$

Luând în considerare mărimea curenților parțiali pentru cele două regiuni de lucru, se vor obține pentru circuitul din Fig.2-7 următorii curenți:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = I'_1 = I_g$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = I_2'' = \frac{E}{R}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = -I_6 + \frac{E}{R}$$

De remarcat că tensiunea între noduri  $U_{AB} = R \cdot I_2 = E$ , în timp ce curentul  $I_1 = I_6$ , ceea ce înseamnă că se îndeplinesc condițiile de stabilizare a tensiunii între noduri și ale curentului prin latura de circuit.

### 2-3. Circuit cu mai multe noduri. Calculul circuitului

#### Enunțul problemei

În circuitul din Fig. 2-8 t.e.m a sursei  $E = 18,3 \text{ V}$  cu rezistență internă  $r=0,2 \Omega$  (această rezistență se reprezintă separat, în serie, în latura de circuit a sursei de tensiune). Rezistențele receptoarelor sunt:  $R_1=36\Omega$ ,  $R_2=30\Omega$ ,  $R_3=6\Omega$ ,  $R_4=13\Omega$ ,  $R_5=14\Omega$ ,  $R_6=6,5\Omega$  și  $R_7=7,5\Omega$ .

Să se calculeze rezistența echivalentă și toți curenții din circuit.

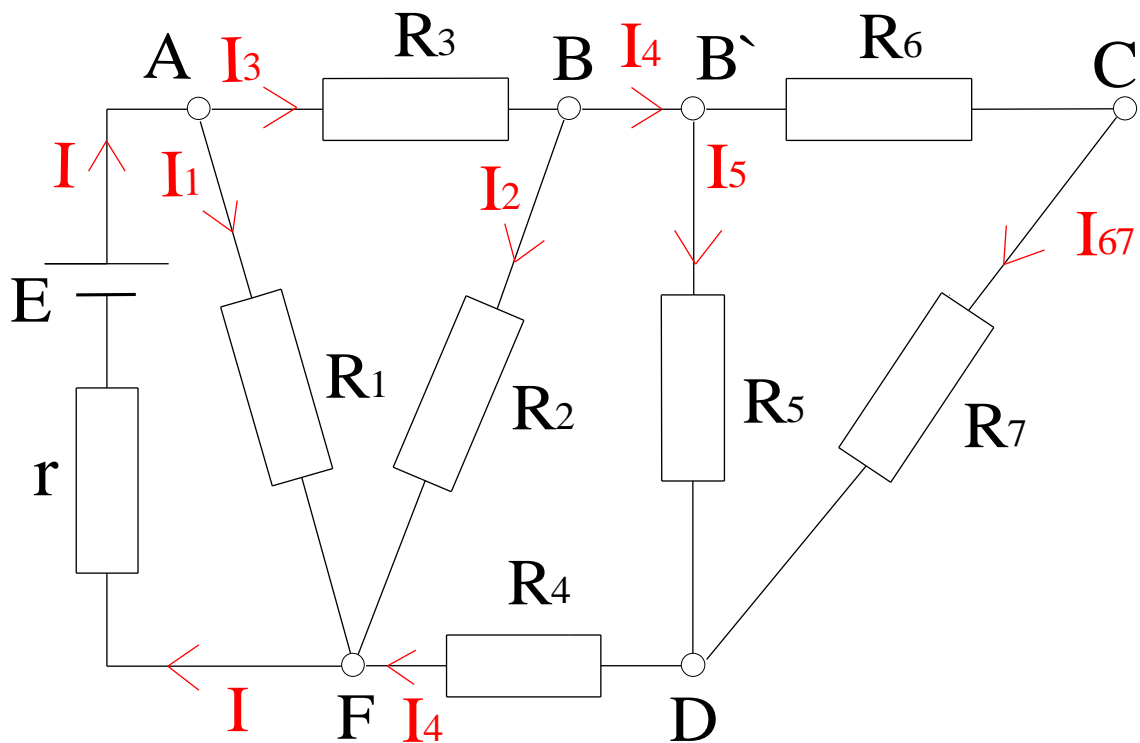


Fig. 2-8. Circuit ramificat cu mai multe noduri

## Rezolvarea problemei:

1. Planul de rezolvare a problemei. Rezistența totală, echivalentă poate fi determinată fie prin metoda înlocuirii masive a diferențelor rezistoarelor conectate în serie sau în paralel prin rezistențe echivalente, fie aplicând legea lui Ohm:

$$R_e = \frac{E}{I},$$

unde  $I$  este curentul sursei de tensiune din circuitul din Fig.2-8. Se observă că  $I$  este cunoscut astfel încât pentru determinarea rezistenței echivalente și se face la primul pas. Curenții din circuit pot fi calculați prin mai multe metode din care cel mai des folosite sunt:

1. Aplicarea legii lui Ohm referitoare la repartizarea curenților prin ramurile din circuit conectate în paralel. În acest caz, mai întâi, se simplifică schema apoi se dezvoltă din nou, procedând după metoda prezentată la paragraful 2-1.

2. Calculul tensiunilor puterilor cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff și apoi a curenților din ramuri cu ajutorul legii lui Ohm, în mod direct pe schema dată.

Primul procedeu de rezolvare se referă la rezolvarea generală a problemei și al doilea la discuții suplimentare.

2. Calculul rezistențelor echivalente. Calculul se începe de la latura externă B'CD (Fig. 2-8) uneori se consideră în mod greșit că punctul C (locul unde conductorul formează un unghi) este un nod. Pentru a nu se greși trebuie știut că nodul unui circuit electric este locul unde se conectează trei sau mai multe laturi de circuit. După aceasta definiție punctul C nu este un nod, astfel încât același curent  $I_{6,7}$  trece atât prin rezistorul  $R_6$  cât și prin rezistorul  $R_7$ , adică aceste rezistoare sunt conectate în serie iar rezistorul echivalent are rezistența:  $R_{6,7} = R_6 + R_7 = 6,5 + 7,5 = 14 \Omega$ .

Rezistorul  $R_{6,7}$  este conectat în paralel cu rezistorul  $R_5$  de rezistență identică, astfel încât rezistorul echivalent este:

$$R_{B'D} = \frac{R_{6,7}}{2} = \frac{R_5}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Omega$$

Înlocuind sectorul B'D din circuitul din Fig. 2-8 cu rezistorul său echivalent  $R_{B'D}$  se obține schema din Fig. 2-9 unde punctul D nu este un nod (analog punctul C examinat înainte în Fig. 2-8).

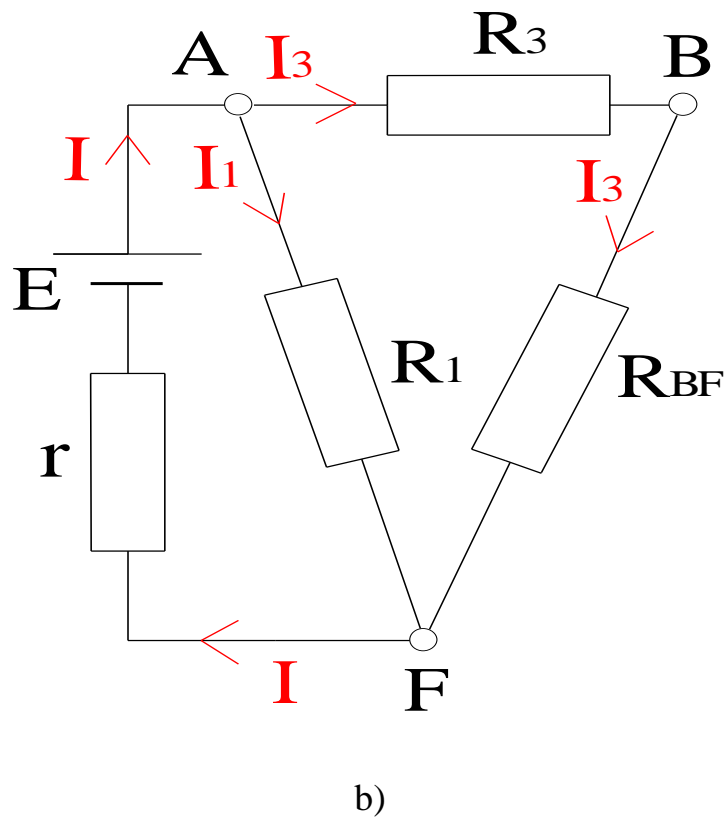
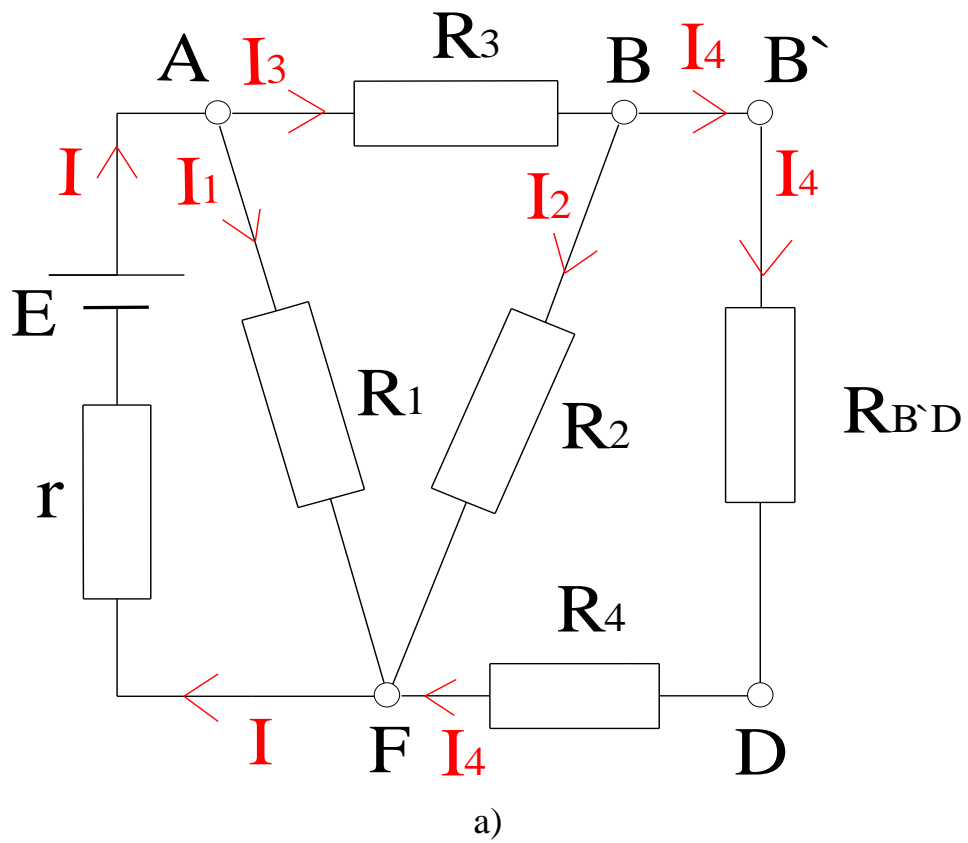


Fig. 2-9 Simplificarea schemei din Fig.2-8 prin înlocuirea succesivă a porțiunilor de circuit cuprinse între nodul B și D (a) și B și F (b).

Rezistoarele  $R_{B'D}$  și  $R_4$  sunt conectate în serie. Observând că ramura BDF din Fig. 2-9,a este conectată în paralel cu rezistorul  $R_2$  se obține rezistența rezistorului echivalent al întregii porțiuni de circuit cuprins între nodurile B și F:

$$R_{BF} = \frac{(R_{B'D} + R_4)R_2}{R_{B'D} + R_4 + R_2} = \frac{(7+13)30}{7+13+30} = 12 \Omega$$

Înlocuind rezistoarele  $R_{B'D}$ ,  $R_4$  și  $R_2$  prin rezistorul echivalent  $R_{BF}$ , ca în Fig. 2-9,b se realizează etapa următoare de simplificare a schemei inițiale. Prin analogie cu schema precedentă din Fig. 2-9, b, rezistența rezistorului echivalent dintre nodurile A și F este:

$$R_{AF} = \frac{(R_3 + R_{BF})R_1}{R_3 + R_{BF} + R_1} = \frac{(6+12)36}{6+12+36} = 12 \Omega$$

care este cuplat în serie cu  $r$ , astfel rezistorul echivalent întregului circuit este:

$$R_e = R_{AF} + r = 12 + 0,2 = 12,2 \Omega$$

3. Calculul curenților. Mai întâi se determină curentul I:

$$I = \frac{E}{R_e} = \frac{18,3}{12,2} = 1,5 A$$

Acest curent se împarte în nodul A al circuitului (Fig.2-9,b) în curenții  $I_1$  și  $I_2$  care trec prin două laturi de circuit cuplate în paralel. Un astfel de caz s-a examinat mai înainte, când s-a obținut relația (2-5) care aplicată aici:

$$I_1 = I \frac{R_3 + R_{BF}}{R_1 + R_3 + R_{BF}} = 1,5 \frac{6+12}{36+6+12} = 0,5 A$$

Curentul din cealaltă latură,  $I_3$ , se va determina prin aplicarea primei teoreme a lui Kirchhoff pentru nodul A:

$$I_2 = I - I_1 = 1,5 - 0,5 = 1 A$$

La fel din Fig. 2-9,a se găsesc curenții  $I_4$  și  $I_2$

$$I_4 = I_3 \frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_{B'D}} = \frac{1 \cdot 30}{30+13+7} = 0,6 A$$

$$I_2 = I_3 - I_4 = 1 - 0,6 = 0,4 A$$

Prin aceeași metoda se găsesc și curenții  $I_5$  și  $I_{6,7}$  din Fig. 2-8.

$$I_{6,7} = I_4 \frac{R_5}{R_5 + R_6 + R_7} = \frac{0,6 \cdot 14}{14 + 6,5 + 7,5} = 0,3A$$

$$I_5 = I_4 - I_{6,7} = 0,6 - 0,3 = 0,3A$$

### Discuții suplimentare

1. Cum se determină tensiunile nodurilor și curenții prin ramuri, direct din schema inițială din Fig. 2-8? Cunoscând curentul total  $I = 1,5A$ , se determină tensiunea între nodurile A și F astfel:

$$U_{AF} = E - r_0 I = 18,3 - 0,2 \cdot 1,5 = 18V$$

De unde rezultă curentul  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{U_{AF}}{R_1} = \frac{18}{36} = 0,5A$$

$$I_3 = I - I_1 = 1,5 - 0,5 = 1A$$

Apoi se aplică a doua teoremă a lui Kirchhoff parcurgând conturul închis ABFA în sens orar:

$$R_3 I_3 + R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$$

$$U_{AB} + U_{BF} - U_{AF} = 0$$

În care tensiunea  $U_{AF} = R_1 I_1$  s-a luat cu sensul minus pentru că la parcurgerea ochiului în sens orar curentul  $I_1$  este în opoziție.

De aici rezultă tensiunea între nodurile B și F

$$U_{BF} = U_{AF} - U_{AB} = 18 - 6 \cdot 1 = 12V$$

Procedând la fel ca mai sus se obține :

$$I_2 = \frac{U_{BF}}{R_2} = \frac{12}{30} = 0,4A$$

$$I_4 = I_3 - I_2 = 1 - 0,4 = 0,6A$$

Tensiunea între nodurile B' și D este:

$$U_{B'D} = U_{BF} - U_{DF} = U_{BF} - R_4 \cdot I_4 = 12 - 13 \cdot 0,6 = 4,2V$$

$$I_5 = \frac{U_{B'D}}{R_5} = \frac{4,2}{14} = 0,3A$$

$$I_{6,7} = I_4 - I_5 = 0,6 - 0,3 = 0,3A$$



2. De ce trece același curent  $I_4$  atât prin conductorul  $BB'$  cât și prin rezistorul  $R_4$  din Fig. 2-8? În nodul  $B'$  sosește curentul  $I_4$  care este egal, după prima teorema a lui Kirchhoff cu  $I_5 + I_{6,7}$ , aceiași curenți  $I_5$  și  $I_{6,7}$  se reunifică în nodul  $D$  fiind curentul  $I_4$  orientat din nodul  $D$  spre nodul  $F$ ;  $I_4 = I_5 + I_{6,7}$

3. De ce conductorul  $BB'$  din Fig. 2-8 poate fi considerat ca un singur nod? Faptul că pe schemă nu s-a reprezentat rezistența conductorului  $BB'$  înseamnă că această rezistență are valoarea atât de mică încât se poate neglija, adică se poate considera că  $R_{B'B} = 0$ . În acest caz căderea de tensiune  $U_{B'B} = I_4 \cdot 0 = 0$ . Dar căderea de tensiune între două puncte este egală cu diferența potențialelor celor două puncte:  $U_{B'B} = V_B - V_{B'} = 0$ , de unde rezultă că  $V_B = V_{B'}$ .

Astfel pentru cazul că între punctele  $B$  și  $B'$  nu este nici o cădere de tensiune, potențialele acestor puncte fiind egale; din punct de vedere practic circuitul porțiunii  $BB'$  poate fi reprezentat printr-un conductor de lungime oarecare. Aceasta dă posibilitatea de a deplasa pe schemă punctele de conexiuni în lungul conductorului de conectare considerat ca un nod de circuit.

4. Cum se modifica toți curenții din Fig. 2-8 atunci t.e.m  $E$  crește de două ori? Pentru circuitul examinat toate rezistențele nu depind de curenții care trec prin rezistoare și nici de tensiunile aplicate la bornele rezistoarelor, adică, atunci când curenții variază rezistențele au aceleași valori care sunt date în enunțul problemei. Pentru rezistoare raportul dintre curent și tensiune (legea lui Ohm) se caracterizează printr-o lege de variație liniară, un astfel de circuit fiind un circuit liniar. Astfel dacă t.e.m  $E$  se va dubla atunci și curenții și tensiunile tuturor porțiunilor de circuit se vor dubla.

## 2-4. Calculul unui circuit prin metoda transfigurării

### Enunțul problemei

Pentru circuitul din Fig. 2-10 se dau:  $E = 3,6 \text{ V}$ ,  $r_0 = 0,12 \Omega$ ,  $R_1 = 8 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 2 \Omega$ ,  $R_4 = 4 \Omega$ ,  $R_5 = 5 \Omega$ .

Să se calculeze toți curenții.

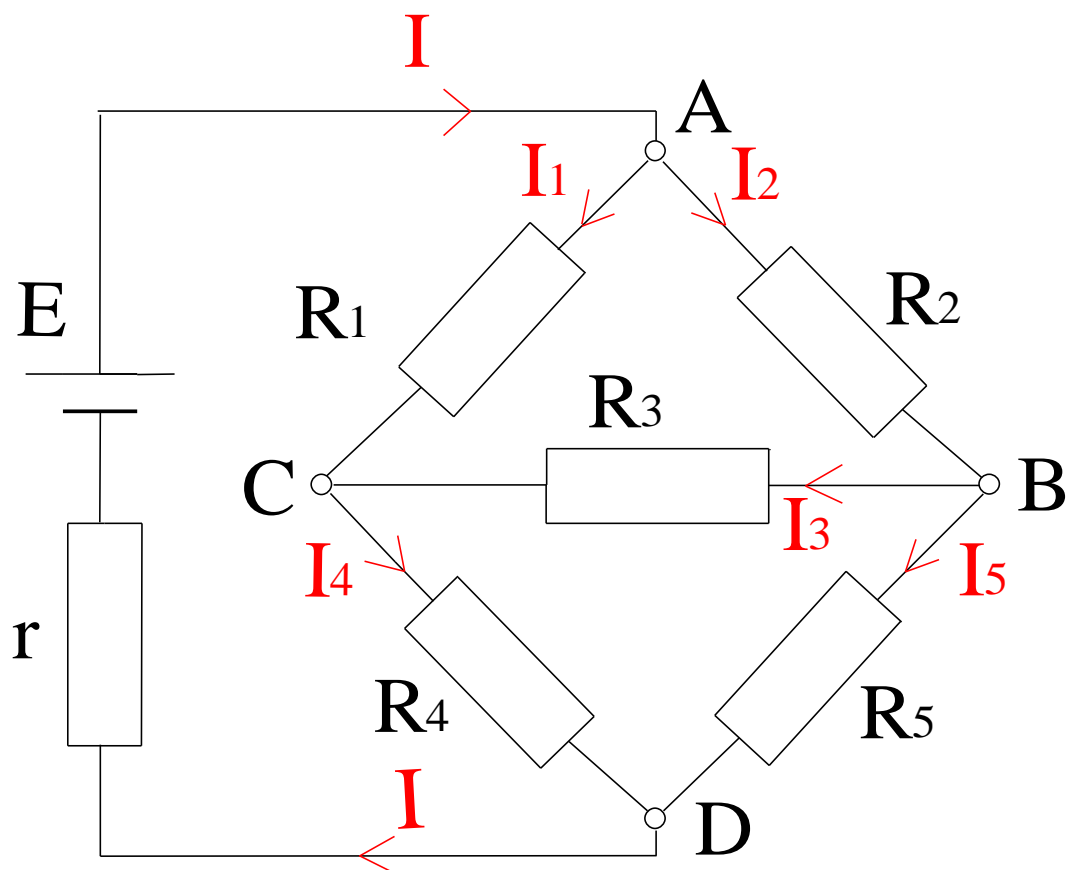


Fig.2-10. Schema care se simplifică prin transfigurarea conexiunii triunghi a rezistoarelor în conexiune stea.

## Rezolvarea problemei

1. Particularitățile circuitului considerat. Pentru problemele precedente s-au putut determina sensurile curenților înainte de efectuarea calculelor. Se poate face aceeași determinare și pentru circuitul din Fig. 2-10?

Pentru a răspunde la această întrebare se trasează pe schema sensul curențului  $I$  care în nodul A se împarte în doi curenți  $I_1$  și  $I_2$ . Apoi trebuie să se indice sensul curențului  $I_3$  care trece prin latura de circuit cuprinsă între nodurile B și C dar acest curent poate avea două sensuri ( reprezentate în desen prin linie plină respectiv printr-o săgeata cu linie punctată). Direcția reală a curențului  $I_3$  depinde de parametrii schemei și nu se poate afla decât după calculul circuitului.

Astfel pentru circuitul considerat prin calcul, se determină atât valorile curenților cât și sensurile lor.

Pe de altă parte, până aici calculul circuitelor cu o singură sursă de energie s-a bazat pe simplificarea schemei prin echivalarea rezistențelor conectate în serie și paralel. Se poate rezolva problema de aici tot prin această metodă?

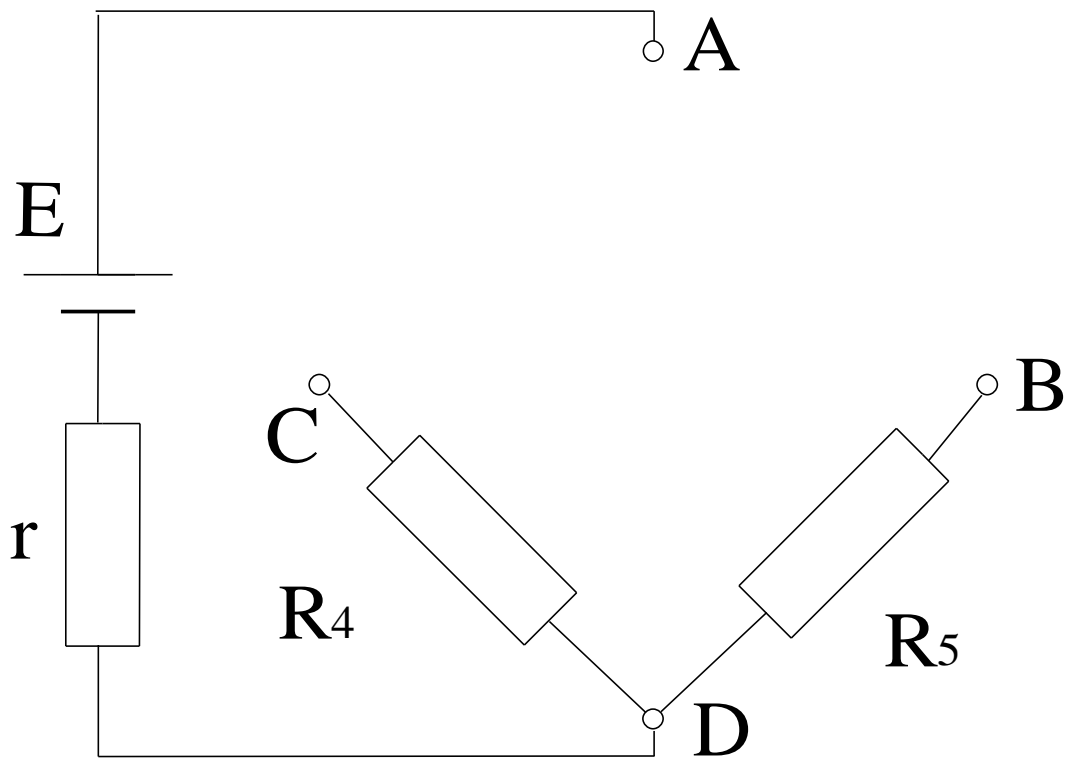
Se va arăta că metoda simplificării nu poate fi aplicată, din cauză că circuitul examinat nu conține rezistoare cuplate în serie sau în paralel. În adevăr nu există rezistoare conectate la aceeași pereche de noduri (condiția de conectare în paralel) și nici rezistoare străbătute de același curent (condiția de cuplare în serie).

Astfel, circuitul examinat nu poate fi împartit în porțiuni de circuit conectate în serie sau în paralel. Asemenea circuite se numesc circuite complexe, din această categorie făcând parte și circuitul examinat din Fig. 2-10.

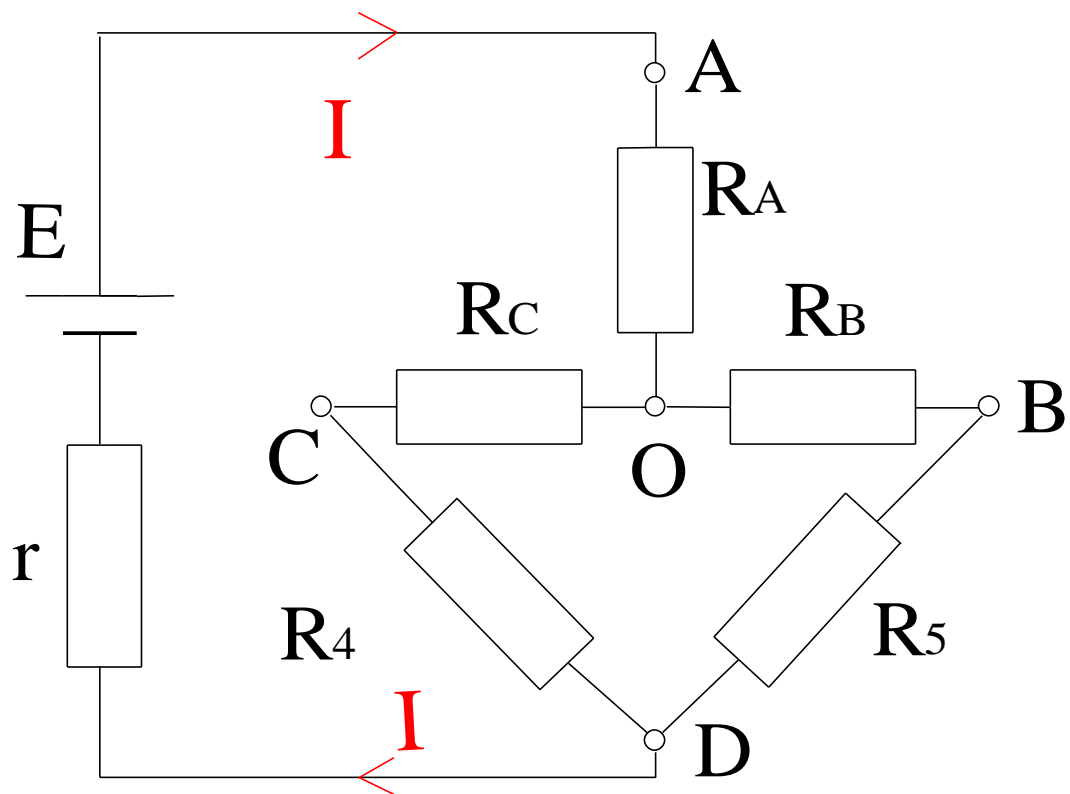
2. Calculul rezistenței echivalente. Pentru cazul considerat rezistența echivalentă a circuitului nu se poate determina direct prin aplicarea metodelor folosite în problemele precedente. Întrebarea care se pune este dacă se poate transforma schema astfel încât după transfigurare să se poată aplica metodele precedente.

Acest mod de lucru este posibil dacă se înlocuiește conexiunea în triunghi a rezistoarelor cu conexiunea stea a rezistentelor sau invers, transfigurarea stea în triunghi. Această transformare se efectuează pentru rezistoarele  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  conectate în triunghi.

Mai întâi se retranscrie schema, scoțându-se rezistoarele conectate în triunghi, însă se păstrează denumirile nodurilor A, B și C ca în Fig. 2-11, a.



a)



b)

Fig.2-11. Schema din Fig. 2-10 în care triunghiul rezistoarelor  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  a fost deconectat (a); schema din Fig. 2-10 în care s-a înlocuit triunghiul rezistoarelor prin conexiunea stea a rezistoarelor  $R_A$ ,  $R_B$  și  $R_C$ , care compun conexiunea stea (b).

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{8 \cdot 10}{8 + 10 + 2} = \frac{80}{20} = 4 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 2}{8 + 10 + 2} = \frac{20}{20} = 1 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 8}{8 + 10 + 2} = \frac{16}{20} = 0,8 \Omega$$

În continuare, calculul circuitului din schema echivalentă din Fig. 2-11,b se face după metodele cunoscute. Astfel, rezistorul  $R_C$  este conectat în serie cu rezistorul  $R_4$  iar rezistorul  $R_B$  este conectat în serie cu rezistorul  $R_5$ , rezistorul echivalent al ramurii OCD este:

$$R_{C,4} = R_C + R_4 = 0,8 + 4 = 4,8 \Omega$$

Și pentru ramura OBD

$$R_{B,5} = R_B + R_5 = 1 + 5 = 6 \Omega$$

Rezistoarele  $R_{C,4}$  și  $R_{B,5}$  fiind conectate în paralel au rezistorul echivalent egal cu:

$$R_{OD} = \frac{R_{C,4} \cdot R_{B,5}}{R_{C,4} + R_{B,5}} = \frac{4,8 \cdot 6}{4,8 + 6} = \frac{28,8}{10,8} = 2,67 \Omega$$

Rezistența rezistorului echivalent întregului circuit este:

$$R_C = R_A + R_{OD} = 4 + 2,67 = 6,67 \Omega$$

3. Calculul curenților. Pentru determinarea curenților din circuit asemănător circuitului echivalent din Fig. 2-11,b se procedează ca la problemele discutate mai înainte.

Curentul de la sursă este:

$$I = \frac{E}{R_e + r_0} = \frac{3,6}{6,67 + 0,12} = 0,53A$$

Curentul prin ramura OCD este:

$$I_4 = I \frac{R_{B,5}}{R_{B,5} + R_{C,4}} = 0,53 \frac{6}{6 + 4,8} = 0,295A$$

Curentul prin ramura OBD este:

$$I_5 = I - I_4 = 0,53 - 0,295 = 0,235A$$

Din schemele 2-10 și 2-11, b se observă că laturile de circuit CD și BD rămân aceleași, valorile curenților  $I_4$  și  $I_5$  fiind valabile pentru ambele scheme.

În continuare se trece la schema inițială din Fig. 2-10 și se aplică a doua teoremă a lui Kirchhoff pentru conturul CBD, curentul  $I_3$  fiind considerat în sensul indicat de săgeata cu linie continuă:

$$I_3 R_3 + I_5 R_5 - I_4 R_4 = 0$$

Introducând valorile numerice rezultă:

$$I_3 \cdot 2 + 0,235 \cdot 5 - 0,295 \cdot 4 = 0$$

sau

$$2 \cdot I_3 \approx 0,12 - 0,12$$

de unde rezulta ca  $I_3 = 0$

Atunci:  $I_1 = I_4 - I_3 = I_4$

și:  $I_2 = I_3 + I_5 = I_5$

### Discuții suplimentare

1. Ce semnificație are valoarea nulă pentru curentul  $I_3$  ?

Circuitul examinat, din Fig. 2-10 se numește montaj în punte. Într-un montaj în punte, curentul  $I_3$  din latura CB, numită diagonala punții, este egală cu zero dacă produsul rezistențelor rezistoarelor din brațele opuse sunt egale. În adevăr, în cazul de aici  $R_1 R_5 = 8 \cdot 5 = 40$  și  $R_2 R_4 = 10 \cdot 4 = 40$ , de unde rezultă valoarea nulă pentru curentul  $I_3$ .

Montajul în punte se folosește, pe scară largă, în tehnica măsurărilor electrice și, mai ales, pentru măsurarea rezistoarelor.

2. Câte conexiuni stea și câte conexiuni triunghi se pot forma pentru circuitul din Fig. 2-10?

Acest circuit conține două conexiuni stea,  $R_1, R_3, R_4$  și  $R_2, R_3, R_5$  și două conexiuni triunghi,  $R_1, R_2, R_3$  și  $R_3, R_4, R_5$ .

3. Cum se ține seama de sensul curentului din diagonala punții?

Mai înainte s-a arătat că prin diagonala punții curentul  $I_3$  poate avea două sensuri, sensul real fiind necunoscut înainte de efectuarea calculelor. Dacă direcția aleasă nu este cea reală, atunci în urma calculului se vor obține pentru curent valori negative.

### 2-5. Probleme propuse pentru rezolvare

18. Pentru circuitul din Fig. 2-12 se cunosc:  $E = 100 \text{ V}$  ;  $R_1 = 2,1 \Omega$  ;  $R_2 = 7,78 \Omega$  ;  $R_3 = 0,3 \Omega$  ;  $R_4 = 0,2 \Omega$ . Să se calculeze curenții, tensiunile și puterile pentru toate laturile circuitului și puterea sursei. Să se stabilească bilanțul puterilor .

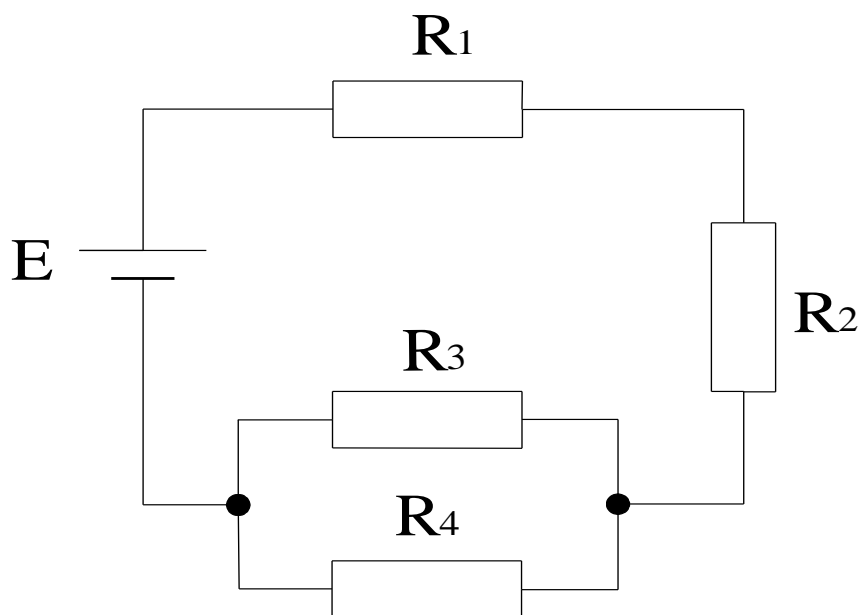


Fig. 2-12

19. Să se determine curenții prin rezistoarele  $R_3 = 20 \Omega$  și  $R_4 = 20 \Omega$  din Fig. 2-12 dacă intensitatea curentului electric de la sursă este  $I = 0,6 \text{ A}$ .

20. Pentru circuitul din Fig. 2-12 să se transforme sursa de tensiune într-o sursă de curent echivalentă, considerând rezistoarele  $R_1$  și  $R_2$  conectate în serie, drept rezistență internă a sursei de t.e.m  $E = 10 \text{ V}$ . Să se calculeze curentul sursei de curent, conductanța proprie și curenții care trec prin rezistoarele  $R_3$  și  $R_4$  dacă  $R_1 = R_2 = 4 \Omega$ ,  $R_3 = 6 \Omega$  și  $R_4 = 12 \Omega$ .

21. La două noduri de circuit electric se conectează trei ramuri de circuit. În serie cu ramura din mijloc se conectează o sursă de tensiune cu t.e.m  $E = 60 \text{ V}$  și de rezistență internă  $r_0 = 0,1 \Omega$  și două rezistoare  $R_1 = 0,4 \Omega$  și  $R_6 = 0,5 \Omega$ . Una din laturile extreme se compune din trei rezistoare conectate în serie  $R_3 =$

$2\Omega$  ,  $R_4 = 10\Omega$  și  $R_5 = 8\Omega$  , iar cealaltă ramură extremă este formată dintr-un singur rezistor  $R_2 = 5\Omega$ . Să se deseneze schema circuitului. Să se determine toți curenții și tensiunile la bornele sursei și între noduri.

22. Să se determine, pentru circuitul din Fig. 2-13, curenții prin laturile de circuit și căderile de tensiune pe rezistor dacă  $I = 150\text{ mA}$  ,  $R_1 = 0,5\text{ k}\Omega$  ,  $R_2 = 1,5\text{ k}\Omega$  ,  $R_3 = 12\text{ k}\Omega$  și  $R_4 = 6\text{ k}\Omega$ .

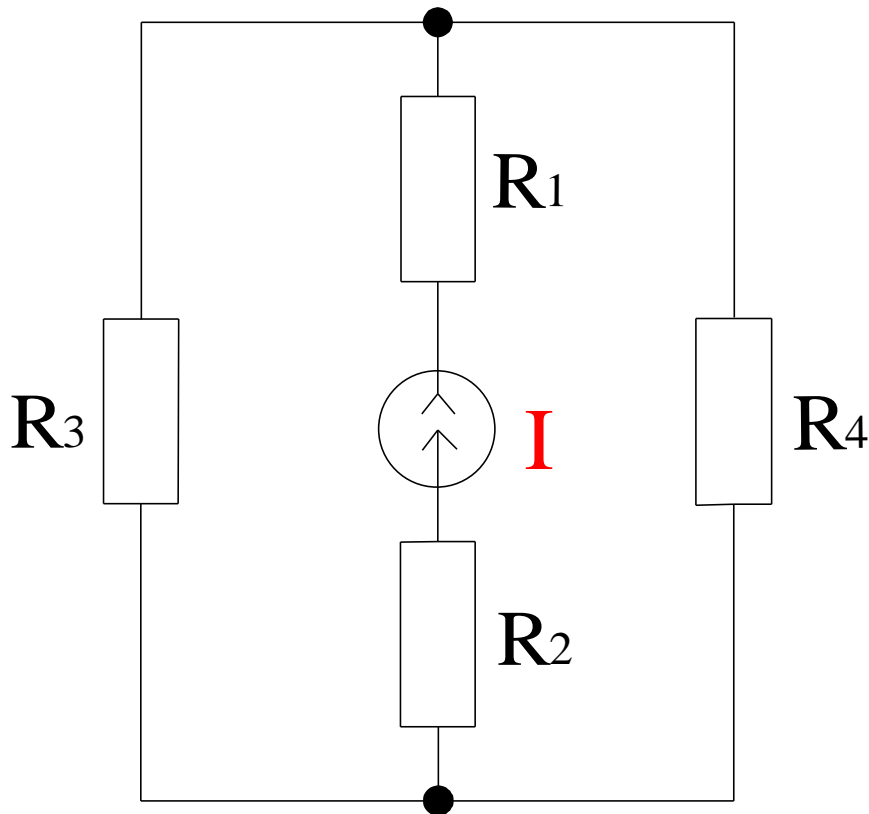


Fig. 2-13

23. Pentru măsurarea rezistoarelor prin metoda ampermetrului și a voltmetrului se folosesc două scheme (Fig. 2-14, a și b). Cu ajutorul acestor scheme rezistența rezistorului necunoscut  $R_x$  se determină ca raportul dintre indicațiile voltmetrului și ampermetrului. Pentru ambele scheme rezistențele ampermetrului și voltmetrului sunt :  $R_A = 0.2\Omega$  și  $R_V = 500\Omega$ .

Să se determine erorile de măsură ale rezistoarelor de rezistență :

- 1)  $10\Omega$ ;
- 2)  $100\Omega$ ;

pentru fiecare schemă în parte. Ce schemă trebuie aleasă pentru măsurarea de rezistoare de rezistențe mici și pentru rezistoare de rezistențe mari?



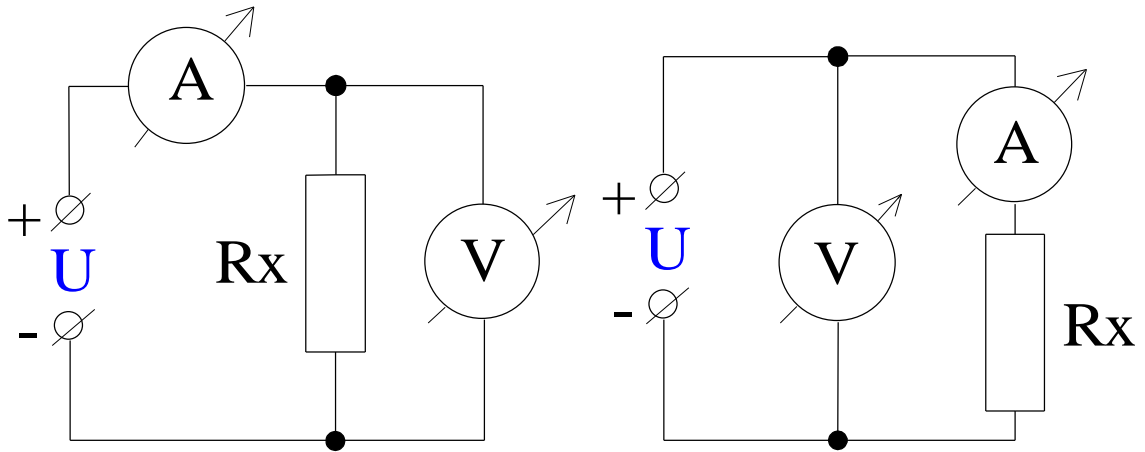


Fig.2-14

24. Pentru reglarea tensiunii  $U_1$  dintre grilă și catodul unei lămpi electronice cu trei electrozi se folosește schema din Fig. 2-15 unde  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_g = 1 \text{ M}\Omega$  și  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ . Tensiunea de la bornele sursei este egală cu  $U$ . Să se găsească valorile extreme ale tensiunii  $U_1$  în funcție de tensiunea  $U$  pentru următoarele valori ale rezistenței voltmetrului  $R_v$  :

- a) de valoare foarte mare
- b)  $R_v = 1 \text{ M}\Omega$ .

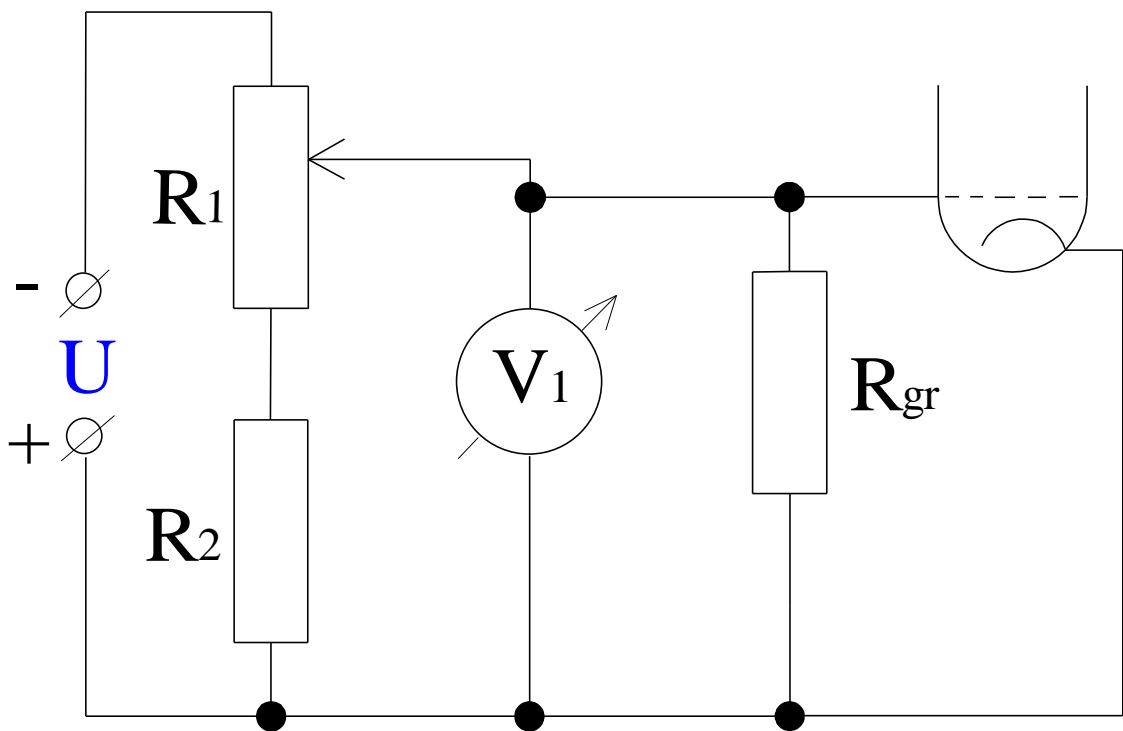


Fig. 2-15

25. Un circuit electric este format din trei ramuri conectate în paralel. În ramura din mijloc este amplasată o sursă de alimentare cu  $E = 120 \text{ V}$  și de rezistență internă  $r = 0,3 \ \Omega$  și conectată în serie cu un rezistor  $R_3 = 7,6 \ \Omega$ . Într-una din laturile externe sunt conectate în serie rezistoarele  $R_1 = 6,6 \ \Omega$  și  $R_2 = 0,4 \ \Omega$ , iar în cealaltă latură se conectează două rezistoare în paralel  $R_5 = 3 \ \Omega$  și  $R_6 = 15 \ \Omega$  și înseriate cu rezistorul  $R_4 = 0,5 \ \Omega$ .

Să se traseze schema circuitului și să se calculeze toți curenții, puterea debitată de sursă, puterea furnizată circuitului exterior și pierderea de putere pe rezistența internă.

Să se stabilească bilanțul puterilor.

Să se verifice calculele cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff.

26. Să se determine rezistența echivalentă a circuitului din Fig. 2-16, dacă  $R_1 = 2,5 \ \Omega$ ;  $R_2 = R_5 = 60 \ \Omega$ ;  $R_3 = 20 \ \Omega$  și  $R_4 = 13,5 \ \Omega$ .

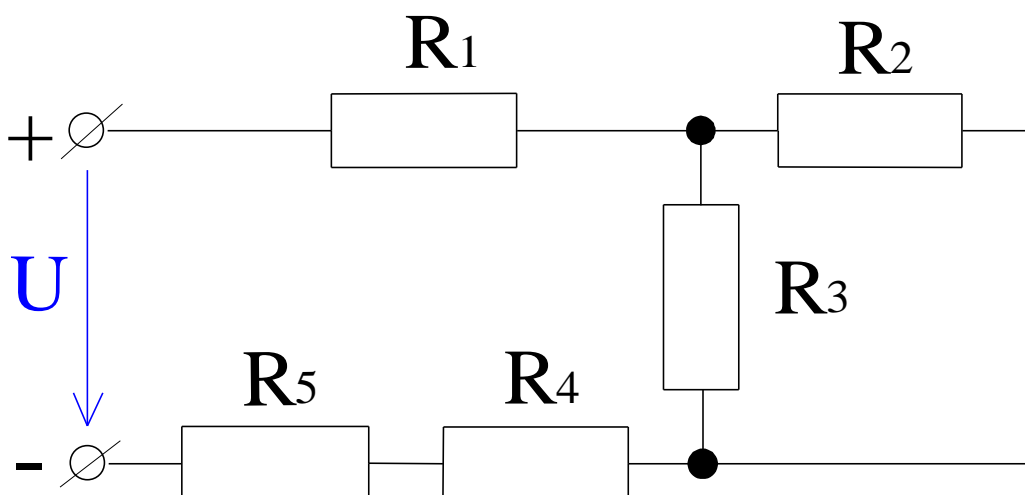


Fig. 2-16

27. Pentru circuitul din Fig. 2-17 se dau:  $U = 120 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 120 \ \Omega$ . Să se determine numărul de noduri, rezistența echivalentă a circuitului, toți curenții și tensiunile între noduri.

Să se efectueze verificarea calculelor cu ajutorul celei de a doua teoremă a lui Kirchhoff pentru ochiurile ABCDFGA, AGHA și ABFGHA.

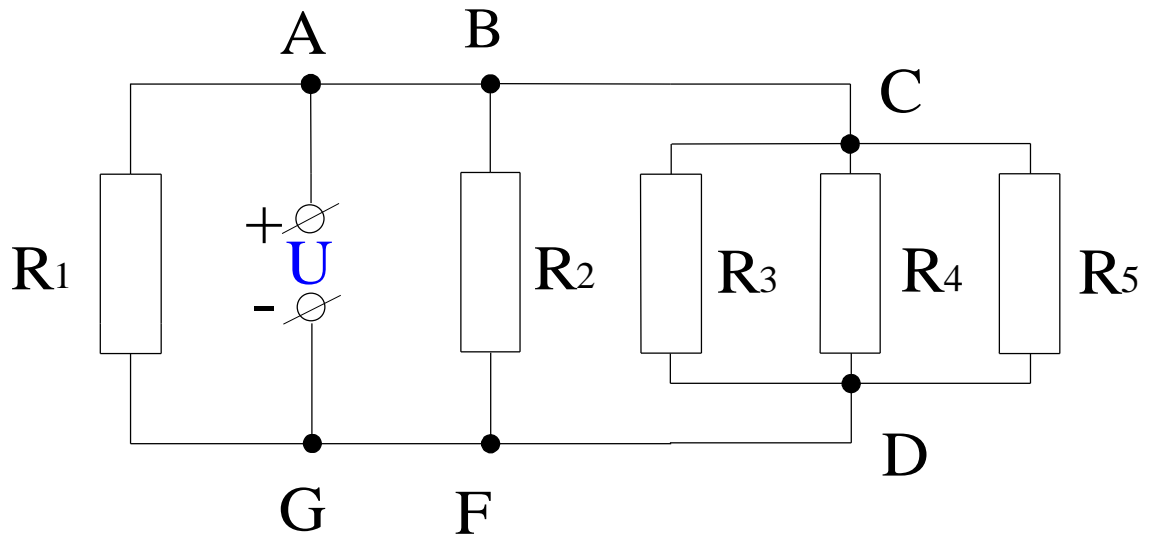


Fig. 2-17

28. Curentul anodic  $I_a = 2 \text{ mA}$  și curentul grilei ecran  $I_e = 1 \text{ mA}$ , ai unei lămpi sunt orientate înspre catod (Fig. 2-18) dinspre borna << - >> a unei surse de tensiune  $U = 240 \text{ V}$ . Tensiunea între catod și anod este  $U_a = 140 \text{ V}$ , tensiunea între grilă ecran și catod este  $U_e = 120 \text{ V}$  și rezistorul  $R_2 = 24 \text{ k}\Omega$ .

Să se calculeze rezistențele  $R_1$  și  $R_a$  și să se aleagă puterea lor nominală, știind că până la  $1 \text{ W}$  rezistențele se fabrică pentru puterile nominale  $0,25$ ;  $0,5$ ;  $1 \text{ W}$ .

Ce valori vor lua  $U_a$  și  $U_e$  dacă lampa electronică este extrasă din suportul ei?

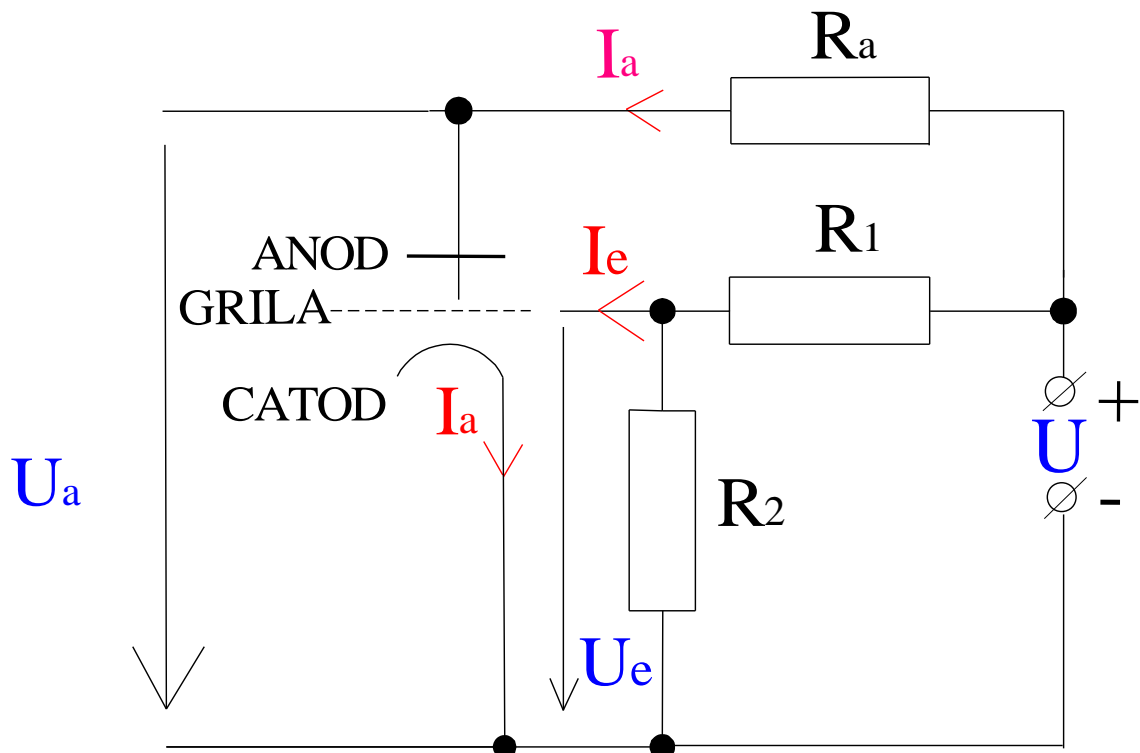


Fig. 2-18

29. O parte dintr-o schemă radio, reprezentată în Fig. 2-19, are următoarele caracteristici:  $U = 300\text{ V}$  ;  $R_1 = 5\text{ k}\Omega$  cu puterea nominală de  $0,25\text{ W}$  ,  $I_a = 6\text{ mA}$ . Curentul continuu nu trece prin condensatorul C este străpuns, adică se stabilește contact între armături. Care sunt consecințele acestei defecțiuni?

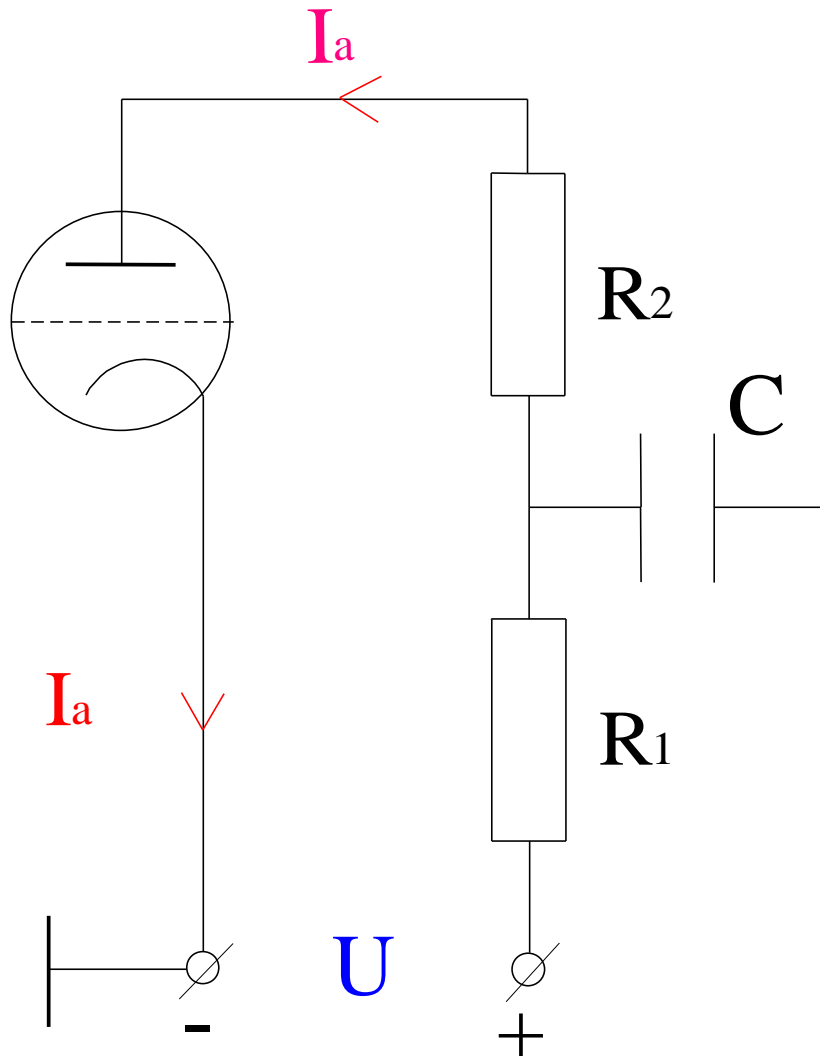


Fig. 2-19

30. În timpul montării circuitului din Fig. 2-20 datorită supraîncălzirii firului de legătură la lipire se produce întreruperea rezistorului  $R_1$  . Cum variază (cresc sau scad) indicațiile aparatelor de măsură conectate în circuit, dacă tensiunea între bornele A și B rămâne aceeași?

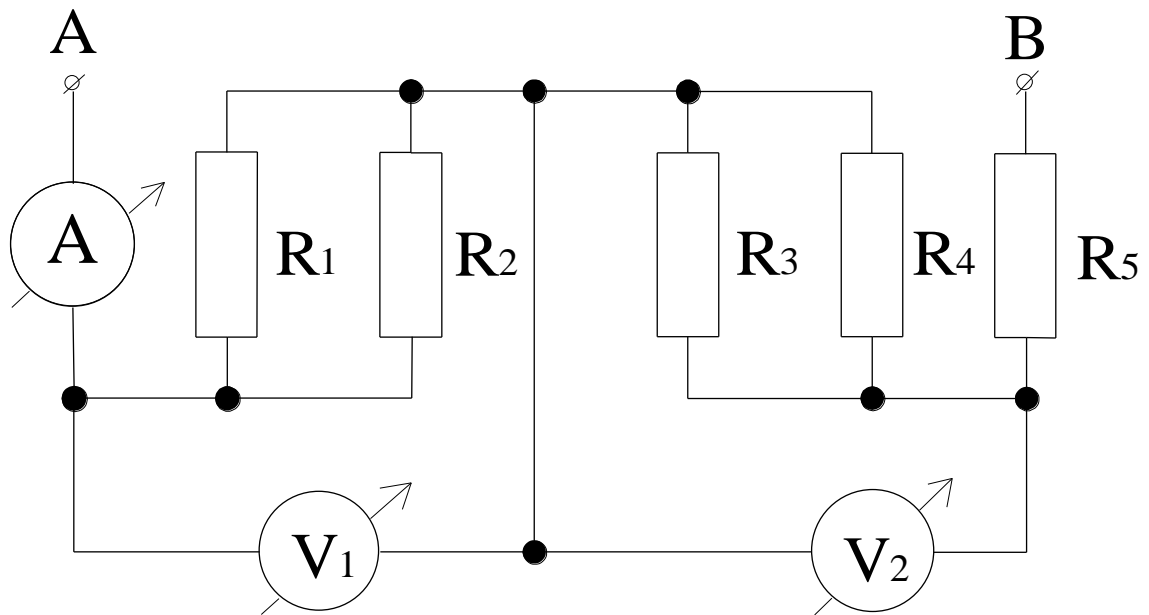


Fig. 2-20

31. Pentru circuitul din Fig. 2-20 în urma unei perturbări a funcționării normale, indicația ampermetrului crește, voltmetrul  $V_1$  indică valoarea zero și voltmetrul  $V_2$  indică valoarea tensiunii aplicată între bornele A și B.

Care sunt defecțiunile?

32. Care vor fi indicațiile aparatelor de măsură din Fig. 2-21, dacă punctele K și N se leagă printr-un conductor de rezistența nulă?

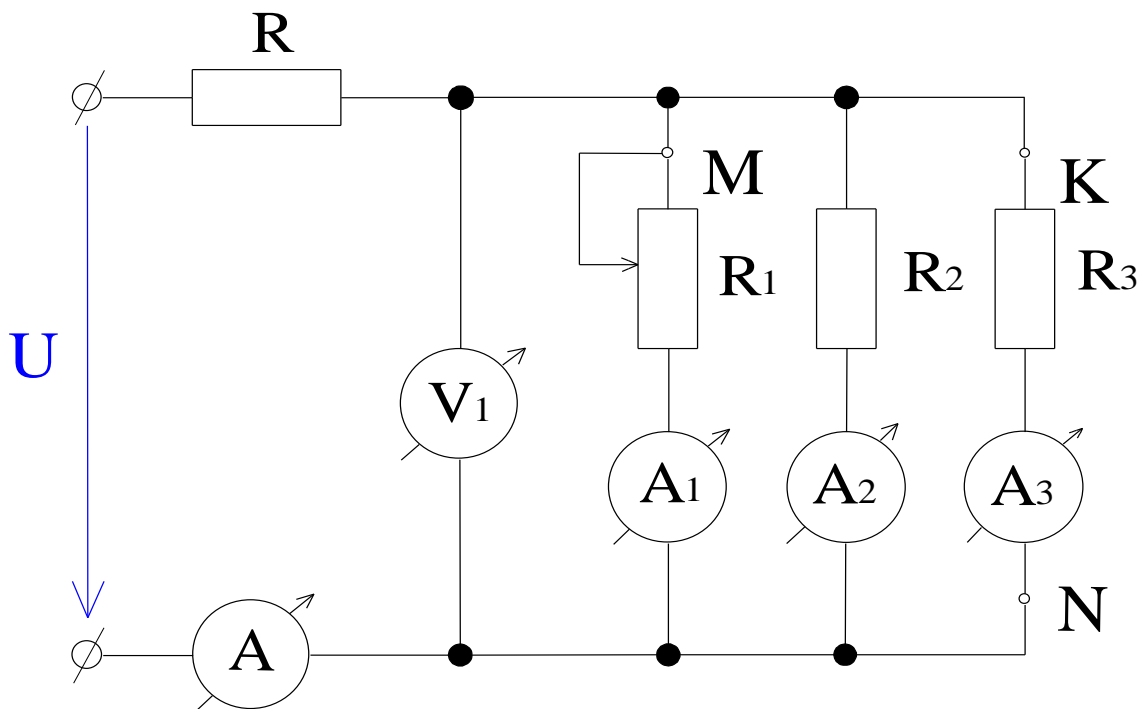


Fig. 2-21

33. Cum variază indicațiile aparatelor de măsură din circuitul 2-21 în cazul în care cursorul reostatului  $R_1$  este deplasat în jos plecând din punctual M?

34. Să se stabilească expresia rezistenței rezistorului echivalent circuitului din Fig. 2-22 și să se calculeze această rezistență echivalentă dacă  $R_1=R_2=R_3=R_5=5,5\Omega$ ,  $R_4=12\Omega$  și  $R_6=3,25\Omega$ .

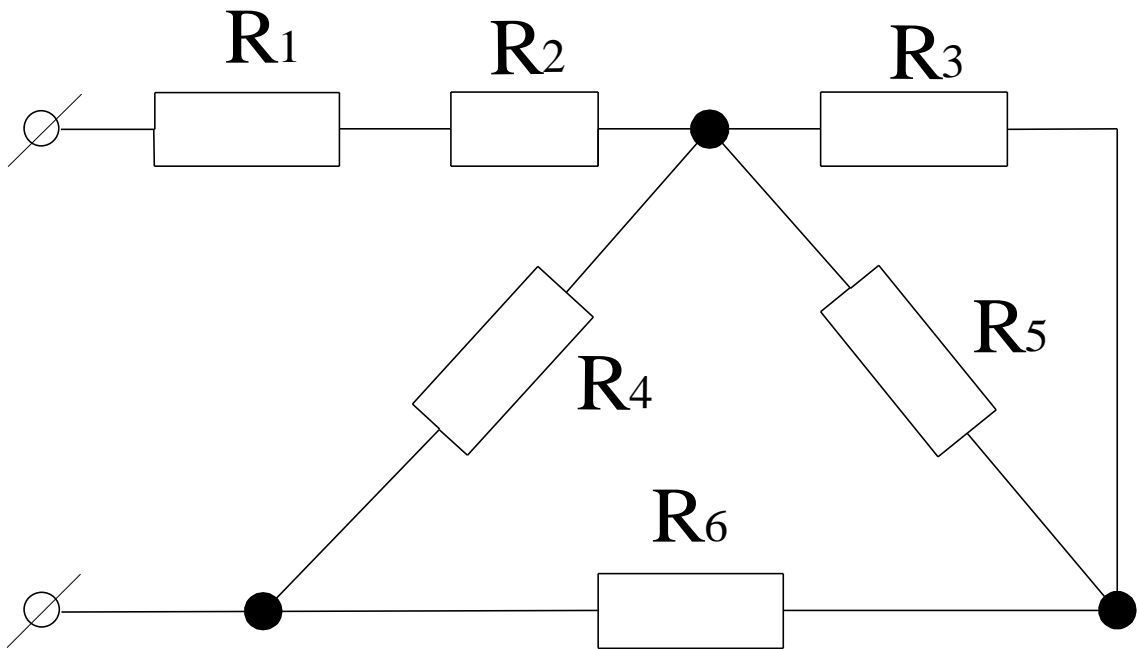


Fig. 2-22

35. Să se determine rezistența rezistorului echivalent circuitului din Fig. 2-23 dacă  $R_1=R_4=60\Omega$ ,  $R_2=R_5=40\Omega$ ,  $R_3=10\Omega$  și  $R_6=80\Omega$ .

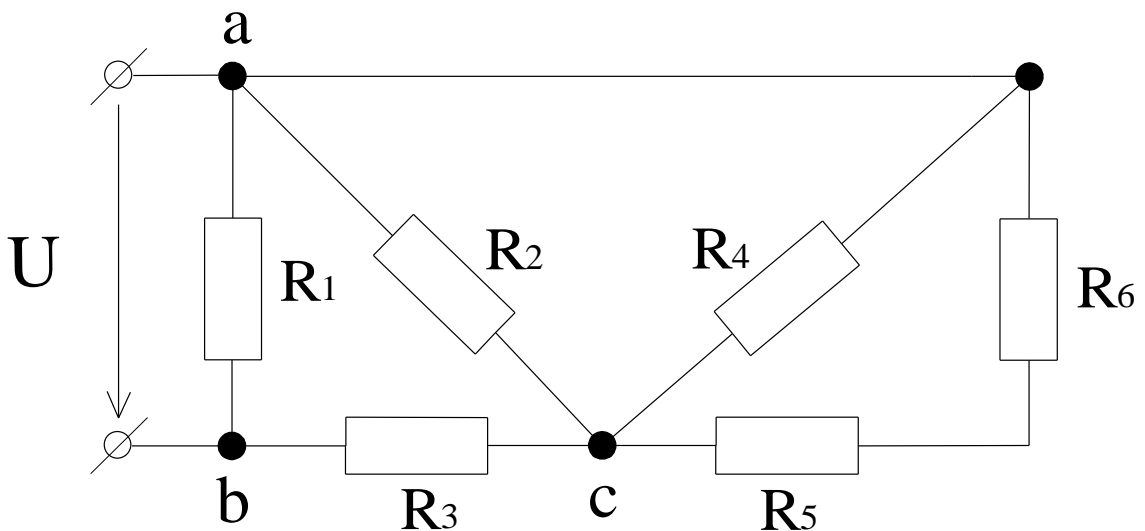


Fig. 2-23

36. Pentru circuitul cu schema din Fig. 2-24 ampermetrul indică un curent de 0,5mA. Să se determine tensiunea la bornele sursei de alimentare dacă  $R_1=600\Omega$ ,  $R_2= 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_3= 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_4= 1\text{ k}\Omega$  și  $R_5= 4\text{ k}\Omega$ .

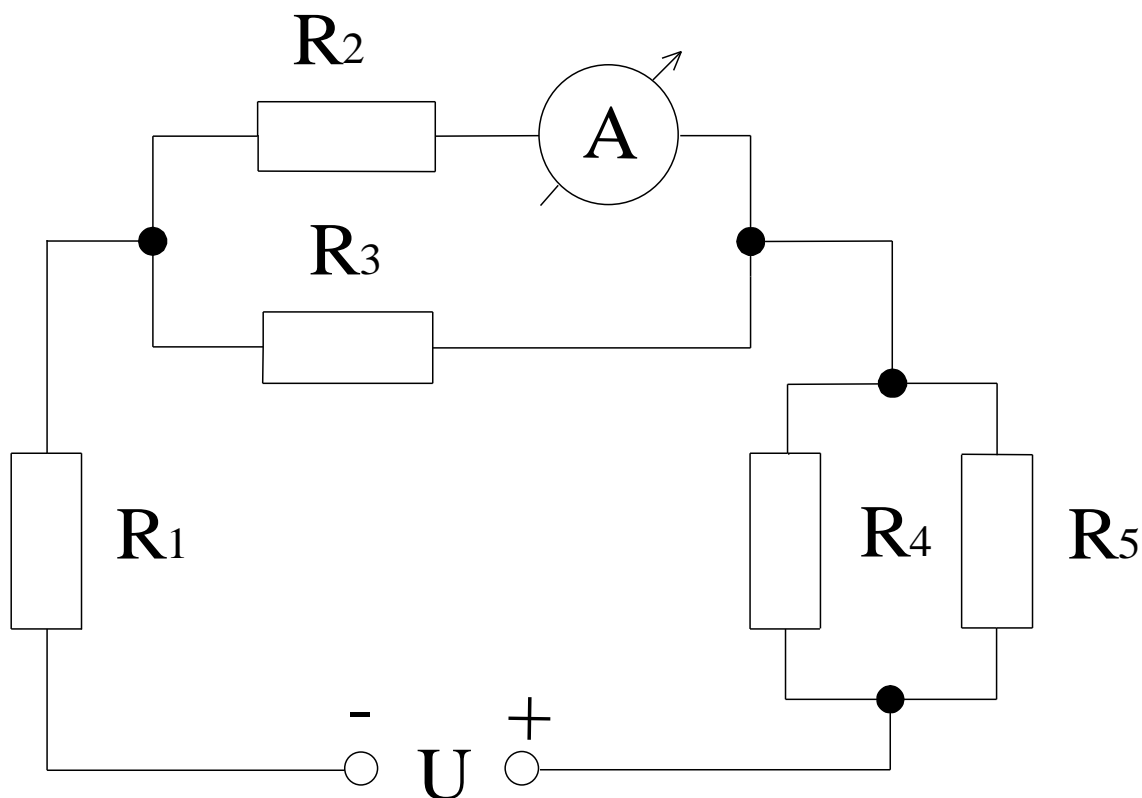


Fig. 2-24

37. La bornele unei surse de energie de rezistență internă  $r_0= 0,\Omega$  sunt conectate două ramuri de circuit. Printr-una din ramuri de rezistență necunoscută  $R_x$  trece un curent  $I=0.5\text{A}$ . În această ramură sunt dispuse trei rezistoare  $R_2=24\Omega$ ,  $R_3= 10\ \Omega$  și  $R_4=15\ \Omega$  astfel  $R_3$  în paralel cu  $R_4$  și apoi legate în serie cu  $R_2$ .

Să se determine pe rezistența rezistorului necunoscut  $R_x$  și t.e.m a sursei dacă pe rezistorul  $R_3$  căderea de tensiune este 12V.

38. Ampermetrul  $A_1$  și  $A_2$  din Fig. 2-25 indică 1,6mA, respective 2,4mA. Să se determine rezistența rezistorului necunoscut  $R_x$  și t.e.m a sursei dacă  $R_1= R_2=5\text{ k}\Omega$ ,  $R_3= 1,5\text{ k}\Omega$  și  $R_4= 2\text{ k}\Omega$ ; se neglijează rezistența internă a sursei și rezistențele ampermetrelor.

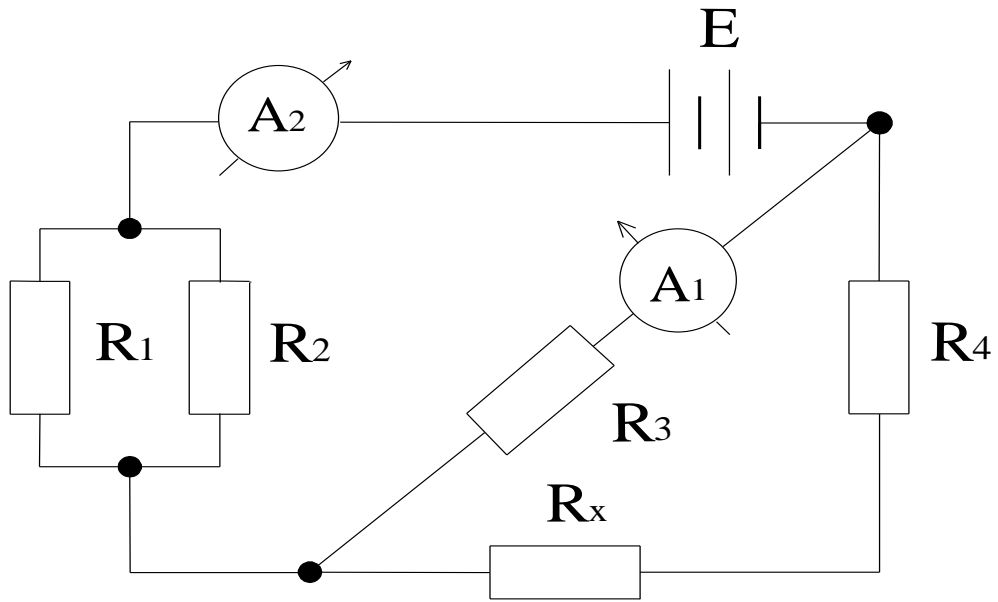


Fig. 2-25

39. Pentru circuitul din Fig. 2-26 se cunosc:  $E_1=E_2=4,8V$  ,  $R_1=R_2=960 \Omega$  ,  $R_3=260 \Omega$  ,  $R_4=R_5=720 \Omega$  ,  $R_6=600 \Omega$  ,  $R_7=400 \Omega$ ; rezistențele interne ale surselor se neglijează,  $r_1 = r_2 = 0$ .

Să se calculeze toți curenții și potențialele punctelor A, B și C.

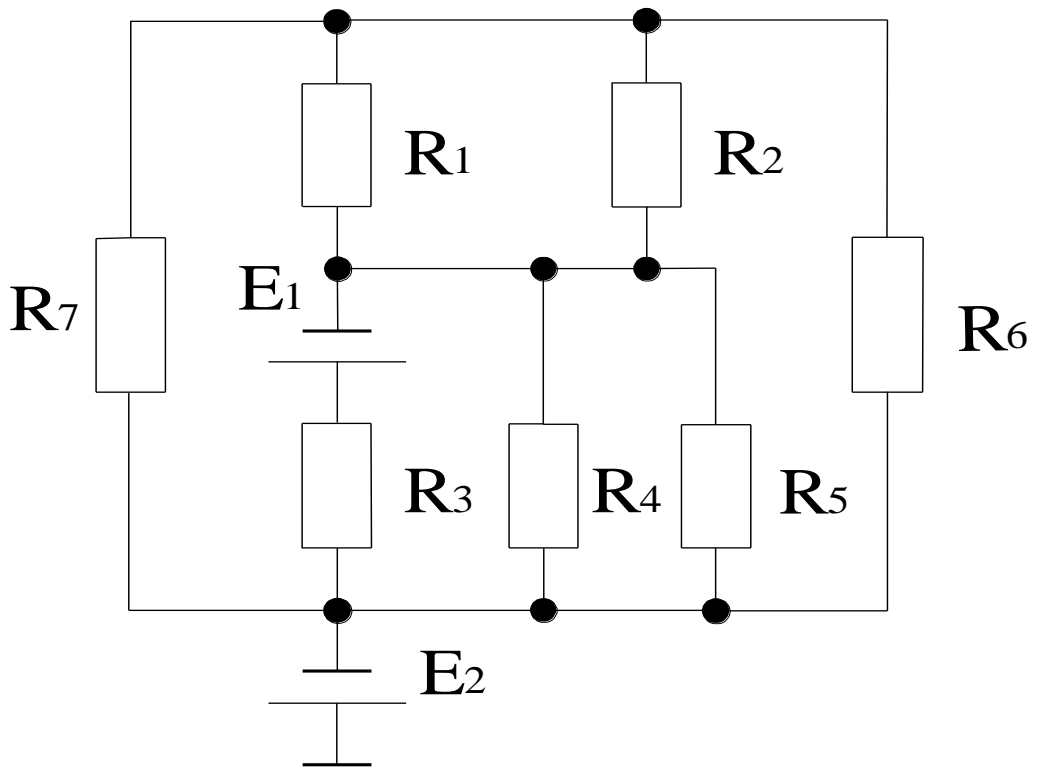


Fig. 2-26



40. O linie de alimentare cu energie electrică a unui motor electric cu tensiunea nominală de  $U_2=450V$  are lungimea de 1km, este construită din aluminiu și are două conductoare, fiecare de diametru de 4mm. Tensiunea la începutul liniei este  $U_1=500V$ . Să se traseze schema circuitului și să se determine pierderea de tensiune pe linie, curentul prin linie și densitatea de curent prin linie, puterea receptorului și prețul energiei pierdute lunar în linia de alimentare pentru funcționare medie de 10 ore din 24 de ore 1kwh costă 1 leu .

41. Cu câți volți se poate reduce tensiunea generatorului, din problema 40 , racordat la începutul liniei , dacă se înlocuiesc conductoarele de alimentare cu conductoare identice de cupru , regimul de funcționare al motorului rămânând același?

42. Să se determine rezistența conductoarelor din aluminiu ale unei linii de alimentare cu energie electrică a unui receptor de putere 4,5kw și de tensiune nominală  $U_2=450V$  dacă tensiunea  $U_2$  variază cu 1%, datorită variațiilor de temperatură cu  $\pm 30^0$  . Rezistența conductoarelor este mult mai mică decât rezistența receptorului.

## 2-6. Problema de verificare

Rezistoarele din circuitul din Fig.2-27 au rezistențele:  $R_1=2,5 \Omega$ ,  $R_2=2\Omega$ ,  $R_3= 9 \Omega$ ,  $R_4= 15 \Omega$ ,  $R_5= 3 \Omega$ ,  $R_6= 10 \Omega$  și  $R_7= 3 \Omega$ .

Să se determine valoarea câte unei mărimi electrice (curentul  $I$ , tensiunea  $U$  sau t.e.m  $E$ ) indicate în valorile din tabelul 2-1, utilizând valoarea cunoscută arătată în tabelul a unei mărimi electrice, rezistențele fiind cunoscute.

Tabelul 2-1 se folosește ținând seama că toate tensiunile se dau în volți iar curenții în amperi, indicii tensiunilor și curenților corespund indicilor rezistoarelor din Fig. 2-27, de exemplu,  $U_1$  este tensiunea pe rezistorul  $R_1$  sau  $I_5$  este curentul care trece prin rezistorul  $R_5$ .

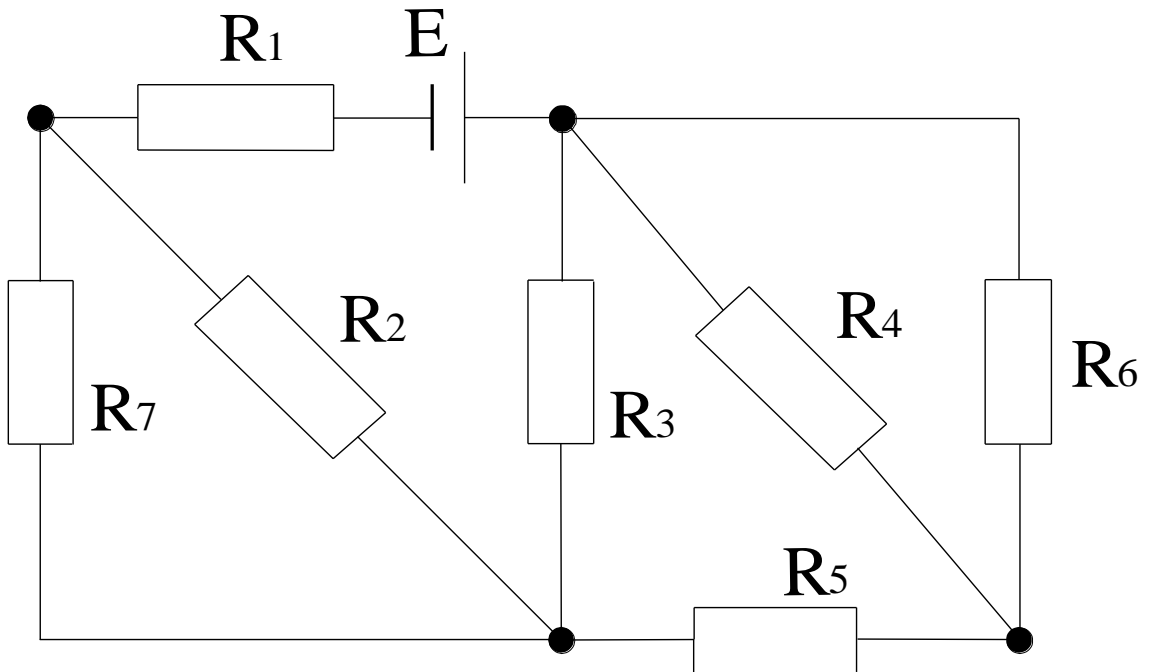


Fig. 2-27

Tabelul 2-1

Numărul variantei	1	2	3	4	5	6	7	8
Mărimi cunoscute	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$	$U_8$
	100	50	45	6	30	6	3	0
Mărimi necunoscute	$I_2$	E	E	E	E	$I_1$	$I_3$	$I_5$

Numărul variantei	9	10	11	12	13	14	15	16
Mărimi cunoscute	$I_2$	$I_2$	$I_3$	$I_3$	$I_3$	$I_3$	$I_3$	$I_4$
	6	3	1.2	2	3	4	5	0.1
Mărimi necunoscute	$I_4$	$I_6$	$I_1$	$I_2$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_1$

Numărul variantei	17	18	19	20	21	22	23	24
Mărimi cunoscute	$I_4$	$I_4$	$I_4$	$I_5$	$I_5$	$I_5$	$I_6$	$I_6$
	0.2	0.3	0.2	0.75	0.5	0.8	0.06	10
Mărimi necunoscute	$I_2$	$I_3$	$I_7$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_1$	$I_2$

### 2-7. Răspunsuri la problemele capitolului 2

18. 10 A, 4 A, 6 A, 21 V, 77,8 V, 1,2 V, 210 W, 778 W, 12 W, 1000 W  
(210 + 778 + 12 = 1000 W).

19. 0,2 A, 0,4 A.

20. 1,25 A, 0,125  $\Omega$  – 1 , 0,54 A, 0,27 A.

21. 12 A, 9,6 A, 2,4 A, 58,8 V, 48 V.

22. 50 mA, 150 mA, 75 V, 225 V, 60 V.

23. 1) 2 și 2 % 2) 16,5 și 0,2 %.

24. de la  $U$  la  $0,48 U$ , de la  $U$  la  $0,45 U$ .
25.  $3,6 A$ ,  $12 A$ ,  $8,4 A$ ,  $7 A$ ,  $1,4 A$ ,  $1440 W$ ,  $43 W$ ,  $1397 W$ .
26.  $91 \Omega$ .
27. două noduri,  $24 \Omega$ , curentul total  $5 A$ , curentul prin fiecare rezistor este de  $1 A$ ,  $120 V$ .
28.  $20 k \Omega$  ( $0.1 W$ ),  $50 k \Omega$  ( $0.25 W$ ),  $240 V$ ,  $131 V$ .
29. puterea dezvoltată în rezistorul  $R1$  va fi egală cu  $18 W$ , puterea maxim admisibilă fiind egală cu  $0,25 W$  iar acest rezistor va fi distrus prin ambalare termică.
30. Ampermetrul  $A$  și voltmetrul  $V2$  vor indica o valoare mai mică iar voltmetrul  $V1$  va arăta o valoare mai mare.
31. scurtcircuitarea rezistorului  $R1$  sau a rezistorului  $R2$ .
32. Voltmetrul și ampermetrele  $A1$ ,  $A2$  și  $A3$  vor indica valoarea nulă iar ampermetrul comun  $A$  un curent constant  $I$  egal cu  $U / R$ .
33. Indicațiile ampermetrelor  $A$  și  $A1$  vor crește iar valorile celorlaltor aparate vor fi mai mici.
34.  $15 \Omega$ .
35.  $20 \Omega$ .
36.  $5,8 V$ .
37.  $120 \Omega$ ,  $62 V$ .
38.  $1 k \Omega$ ,  $8,4 V$ .
39.  $9,6 mA$ ,  $3,2 mA$ ,  $3,2 mA$ ,  $1,6 mA$ ,  $1,6 mA$ ,  $1,28 mA$ ,  $1,92 mA$ ,  $V_A = -4,8 V$ ,  $V_B = -7,1 V$ ,  $V_C = 5,68 V$ .
40.  $50 V$ ,  $10,8 A$ ,  $0,86 A / mm^2$ ,  $4,9 kW$ ,  $4,9 lei$ .
41.  $20 V$ .
42.  $1,8 \Omega$ .
- Răspunsurile problemei de control din § 2 – 6 sunt date în tabelul 2 -2.

Tabelul 2 – 2

Număr variantă	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Răspunsuri A B	24	164	83	41	205	10	2,5	5	2	1,5	2,5	2,4
Număr variantă	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Răspunsuri A	1,2	4	3	0,5	0,6	0,75	0,4	0,9	1	2	0,2	10

### CAPITOLUL 3

Circuit ramificat de curent continuu cu mai multe surse de energie conectate în ramuri diferite

### 3.1 Principiul superpoziției curenților

Enunțul problemei

Pentru circuitul din Fig. 3-1 să se determine curenții în toate porțiunile de circuit și tensiunile între nodurile A, B și C pentru următoarele date:  $R_1 = R_3 = 2 \Omega$ ;  $R_2 = 1,6 \Omega$ ;  $E_1 = 3,6 \text{ V}$ ;  $E_2 = 4,8 \text{ V}$ ;  $r_{01} = r_{02} = 0,5 \Omega$ .

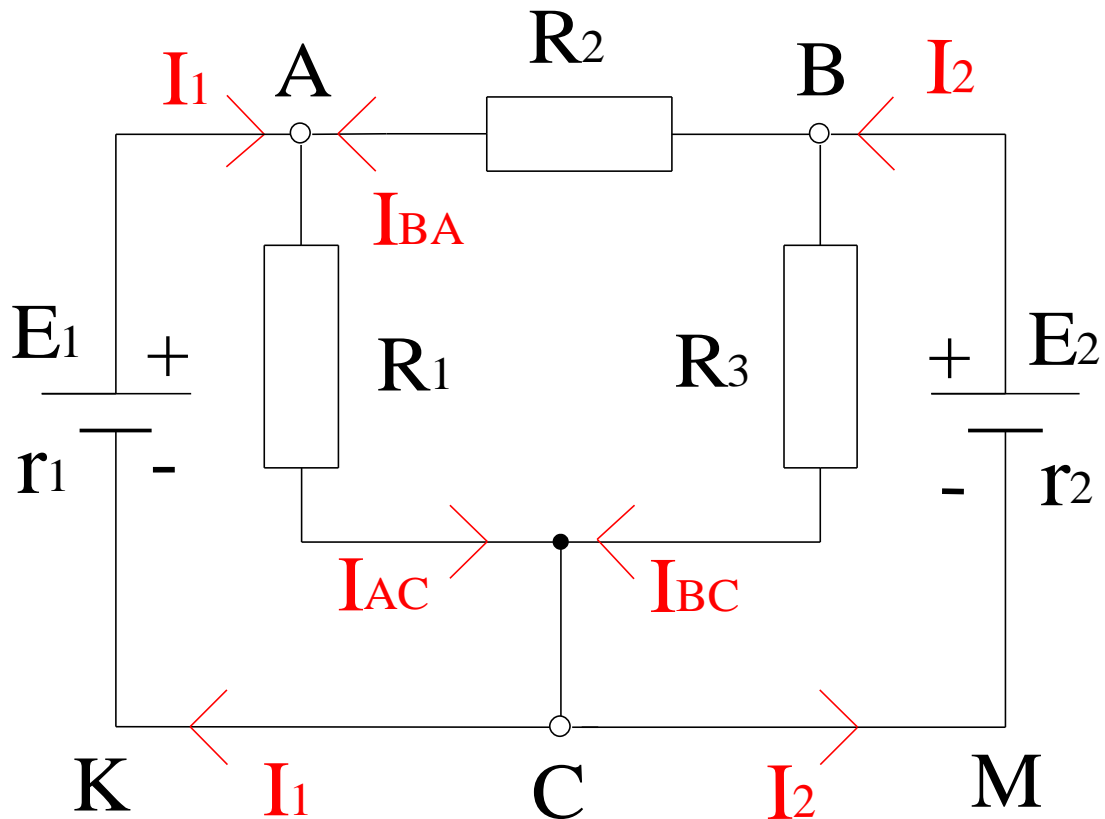


Fig. 3-1. Circuit complex conținând două surse de energie.

Rezolvarea problemei

1. Aplicarea principiului superpoziției curenților pentru curentul din Fig. 3-1. Circuitele ramificate formate din mai multe surse de energie, amplasată în ramuri diferite, ca în Fig. 3-1, se numesc circuite complexe. Pentru calcularea unui astfel de circuit complex există mai multe metode, dintre care una, principiul superpoziției, se va examina în acest paragraf, celelalte metode constituind subiectul paragrafelor următoare.

Conform principiului superpoziției, numit câteodată și principiul suprapunerii efectelor, curentul într-o latură oarecare a circuitului poate fi

considerat ca suma algebrică a curenților produși în acea latură de fiecare sursă în parte. Curenții produși de fiecare sursă se numesc curenți parțiali. Prima dată se determină curenții parțiali, pentru problema de aici ai sursei  $E_1$  în absența sursei  $E_2$ , adică se calculează circuitul simplu din Fig. 3-2, după care se determină curenții parțiali produși de sursa  $E_2$  neluând în considerare sursa  $E_1$ , adică se calculează circuitul simplu din Fig. 3-3, după care se adună algebric curenții parțiali din cele două cazuri.

Astfel, principiul superpoziției permite înlocuirea calculului unui circuit conținând mai multe surse de energie prin calculul mai multor circuite formate numai dintr-o singură sursă de energie.

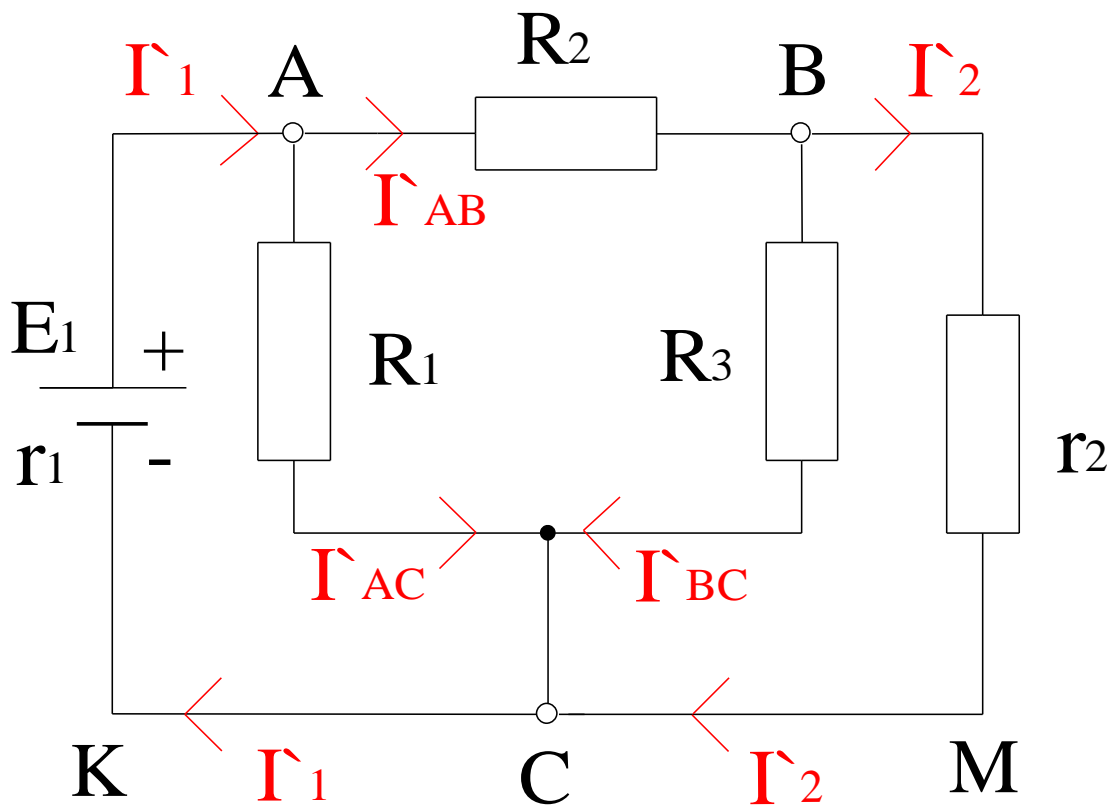


Fig. 3-2. Eliminarea sursei  $E_2$  din circuitul complex din Fig. 3-1.

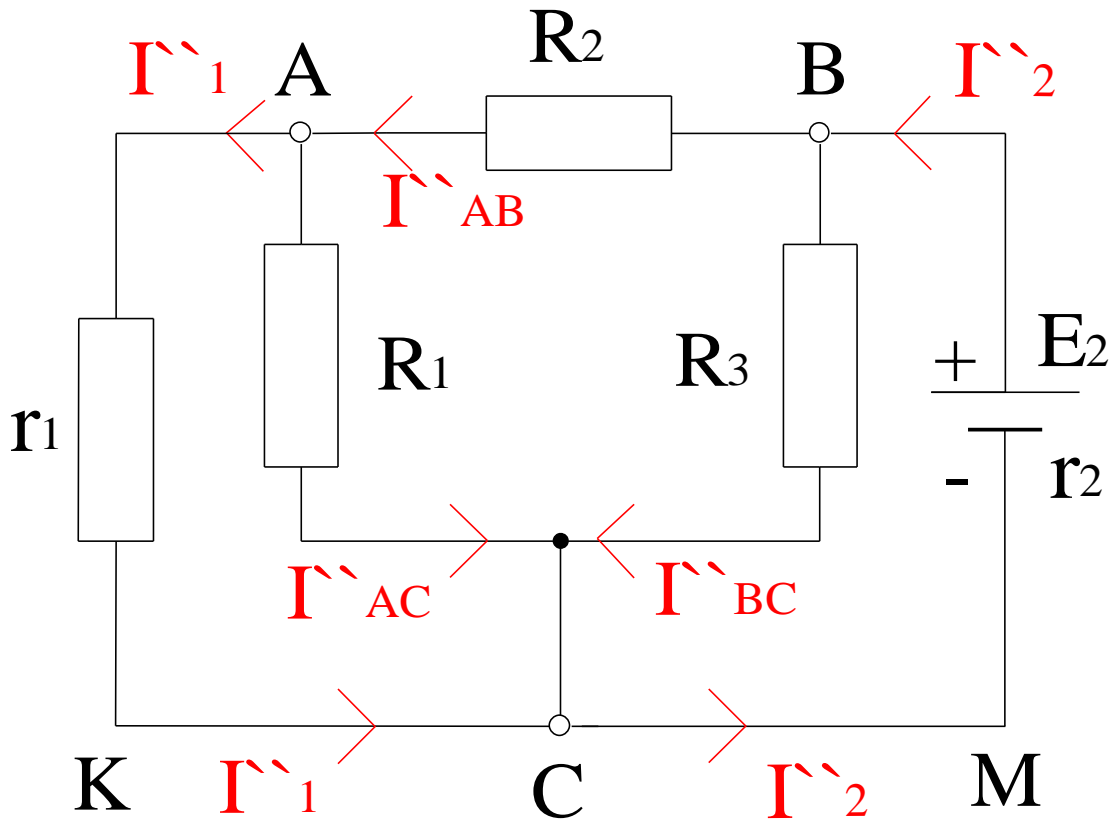


Fig. 3-3. Eliminarea sursei  $E_1$  din circuitul complex din Fig. 3-1.

2. Notarea curenților parțiali. Toți curenții parțiali produși de sursa  $E_1$  (Fig. 3-2) se notează cu litera  $I$  urmată de indicele prim ( $I'$ ) și toți curenții parțiali produși de sursa  $E_2$  prin indicele secund ( $I''$ ) (Fig. 3-3).

3. Calculul curenților parțiali. Pentru circuitul format numai din sursa  $E_1$  (Fig. 3-2) se calculează, mai întâi rezistența echivalentă.

Astfel rezistența porțiunii BC:

$$R'_{BC} = \frac{R_3 \cdot r_{02}}{R_3 + r_{02}} = \frac{2 \cdot 0,5}{2 + 0,5} = 0,4 \Omega$$

Rezistența porțiunii BC este conectată în serie cu rezistența  $R_2$ , deci:

$$R'_{ABC} = R_2 + R'_{BC} = 1,6 + 0,4 = 2 \Omega$$

Se obțin astfel două rezistențe identice  $R'_{ABC}$  și  $R_1$  conectate în paralel, din care cauză rezistența echivalentă a circuitului exterior sursei  $E_1$  este:

$$R'_{AC} = \frac{R_1}{2} = \frac{R'_{ABC}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Omega$$

Curentul de la sursa  $E_1$  este:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_{01} + R'_{AC}} = \frac{3,6}{1,5} = 2,4 \text{ A}$$

Curentul parțial  $I'_1$  se împarte în nodul A în doi curenți identici:

$$I'_{AB} = I'_{AC} = \frac{I'_1}{2} = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ A}$$

În nodul B curentul  $I'_{AB}$  se divizează în curenții  $I'_2$  și  $I'_{BC}$ :

$$I'_2 = I'_{AB} \cdot \frac{R_3}{r_{02} + R_3} = 1,2 \cdot \frac{2}{0,5 + 2} = 0,96 \text{ A};$$

$$I'_{BC} = I'_{AB} - I'_2 = 1,2 - 0,96 = 0,24 \text{ A}$$

Pentru circuitul al doilea, care conține numai sursa  $E_2$ , (Fig. 3-3), se obține:

$$R''_{AC} = \frac{R_1 \cdot r_{01}}{R_1 + r_{01}} = \frac{2 \cdot 0,5}{2 + 0,5} = 0,4 \Omega;$$

$$R''_{BA} = R_2 + R''_{AC} = 1,6 + 0,4 = 2 \Omega;$$

$$R''_{BC} = \frac{R''_{BAC}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Omega, \text{ pentru că } R_3 = R''_{BAC}.$$

În latura de circuit care conține sursa  $E_2$ , circuitul parțial este:

$$I''_2 = \frac{E_2}{R''_{BC} + r_{02}} = \frac{4,8}{1,5} = 3,2 \text{ A}.$$



Din cauză că  $R''_{BAC} = R_3 = 2$  rezultă că:

$$I''_{BA} = I''_{BC} = \frac{I''_2}{2} = \frac{3,2}{2} = 1,6 \text{ A.}$$

Curenții prin porțiunile de circuit conectate în paralel cuprinse între nodul AC sunt:

$$I''_1 = I''_{BA} \cdot \frac{R_1}{r_{01} + R_1} = 1,6 \cdot \frac{2}{2,5} = 1,28 \text{ A ;}$$

$$I''_{AB} = I''_{BA} - I''_1 = 1,6 - 1,28 = 0,32 \text{ A}$$

4. Calculul curenților pentru circuitul complex din Fig. 3-1. Curenții prin laturile de circuit se obțin prin însumarea algebrică a curenților parțiali din latura respectivă.

Pentru latura CKA, curentul parțial  $I'_1$  (Fig. 3-2) este orientat de la nodul C înspre nodul A și curentul parțial  $I''_1$  (Fig. 3-3) dinspre nodul A către nodul C, adică în sens opus cu primul curent parțial. Curentul total prin latura CKA fiind:

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 2,4 - 1,28 = 1,12 \text{ A}$$

Sensul curentului  $I_1$  (Fig. 3-1) coincide cu sensul celui mai mare curent parțial, în cazul de aici cu sensul curentului  $I'_1$ .

La fel se determină și curenții  $I_{BA}$  și  $I_2$ :

$$I_{BA} = I''_{BA} - I'_{AB} = 1,6 - 1,2 = 0,4 \text{ A ;}$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 3,2 - 0,96 = 2,24 \text{ A.}$$

Direcția curenților  $I_{BA}$  și  $I_2$  (Fig. 3-1) coincide cu direcția curenților  $I''_{BA}$  respectiv  $I''_2$ .

Pentru latura AC, cei doi curenți parțiali  $I'_{AC}$  și  $I''_{AC}$  au același sens, deci:

$$I_{AC} = I'_{AC} + I''_{AC} = 1,2 + 0,32 = 1,52 \text{ A.}$$

La fel și pentru latura BC:

$$I_{BC} = I'_{BC} + I''_{BC} = 0,24 + 1,6 = 1,84 \text{ A.}$$

5. Calculul tensiunilor. Tensiunile între noduri sunt:

$$U_{BA} = I_{BA} \cdot R_2 = 0,4 \cdot 1,6 = 0,64 \text{ V};$$

$$U_{AC} = I_{AC} \cdot R_1 = 1,52 \cdot 2 = 3,04 \text{ V};$$

$$U_{BC} = I_{BC} \cdot R_3 = 1,84 \cdot 2 = 3,68 \text{ V}.$$

6. Verificarea rezultatelor obținute. Verificare se face utilizând teoremele lui Kirchhoff:

Pentru nodul A:

$$I_{AC} = I_1 + I_{BA}$$

În adevăr:

$$1,52 = 1,12 + 0,4.$$

Pentru nodul B:

$$I_2 = I_{BA} + I_{BC}$$

În adevăr:

$$2,24 = 0,4 + 1,84$$

Pentru conturul din circuitul ABC:

$$U_{AC} - U_{CB} + U_{BA} = 0$$

În adevăr:

$$3,04 - 3,68 + 0,64 = 0$$

conturul stabilindu-se în sens antiorar.

## Discuții suplimentare.

1. Cum se aplică principiul superpoziției, pentru calcularea circuitelor complexe care conțin mai mult de două surse de energie? Dacă un circuit complex are, de exemplu, trei surse de energie  $E_1$ ,  $E_2$  și  $E_3$ , amplasate în ramuri diferite, trebuie să se stabilească trei scheme pentru calcularea curenților parțiali: o schemă care conține numai sursa  $E_1$ , a doua care conține numai sursa  $E_2$  și a treia cu  $E_3$ . După determinarea curenților parțiali în fiecare din cele trei scheme se efectuează în mod corespunzător adunarea lor algebrică și se obțin curenții pentru circuitul dat.

2. Care sunt avantajele folosirii principiului superpoziției? Dificultatea cea mai mare, în aplicarea principiului superpoziției îl constituie calcularea curenților parțiali. Din această cauză, acest principiu este folosit pentru un număr mic de surse de energie, două, câteodată trei. Acest principiu se recomandă a fi utilizat pentru determinarea curenților în laturile de circuit în care sunt dispuse sursele de energie.

3. În ce caz calcularea curenților cu ajutorul principiului superpoziției poate să introducă erori mari la determinarea rezultatelor? În cazul în care curentul total printr-o latură se exprimă prin diferența a două valori apropiate, o aproximare, chiar cu eroare mică a curenților parțiali poate să provoace o eroare relativ mare a rezultatului, care este curentul laturii. În acest caz aplicarea principiului superpoziției este dezavantajoasă.

### 3-2. Metoda ecuațiilor lui Kirchhoff

#### Enunțul problemei

Fie circuitul din Fig. 3-4, în care  $E_1 = 60 \text{ V}$ ;  $E_2 = 48 \text{ V}$ ;  $E_3 = 6 \text{ V}$ ;  $R_1 = 200 \Omega$ ;  $R_2 = 100 \Omega$ ;  $R_3 = 10 \Omega$ .

Să se determine curenții prin toate laturile de curent:

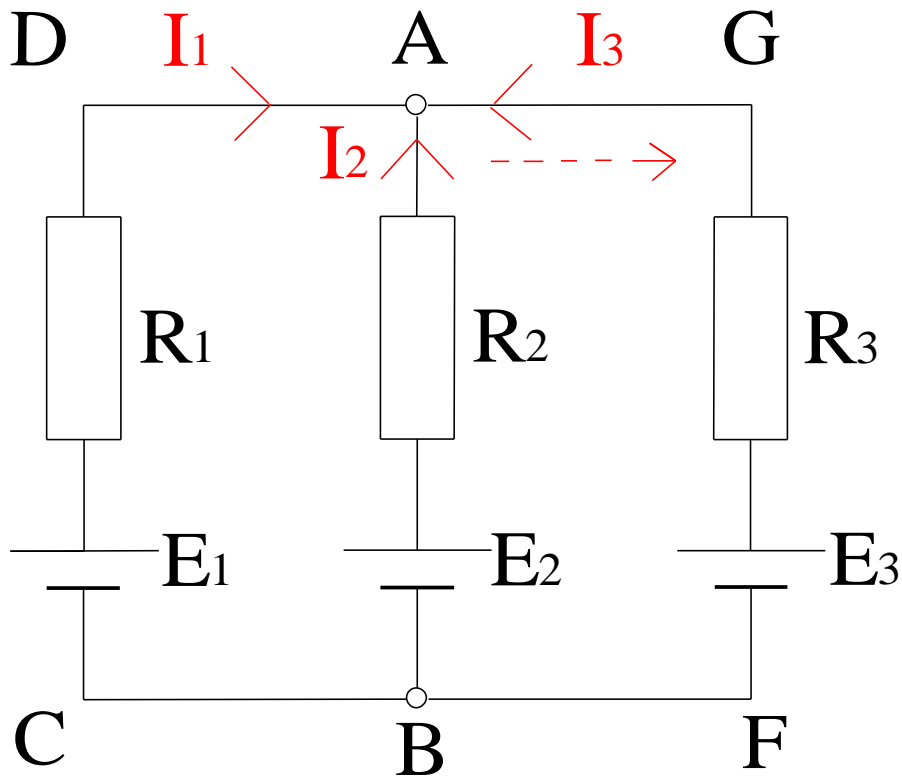


Fig. 3-4. Circuit complex cu trei laturi.

#### Rezolvarea problemei.

1. Principiul metodei. Această metodă se bazează pe aplicarea primei și celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff, care nu necesită transfigurarea schemei și este aplicabilă pentru orice circuit, fapt care constituie principalul ei avantaj.

Câte ecuații trebuie scrise pentru rezolvarea circuitului? Este evident că numărul de ecuații trebuie să fie egal cu numărul de necunoscute, în cazul acestei probleme, cu numărul curenților. Rezolvarea problemei trebuie, deci, să înceapă cu determinarea numărului de curenți necunoscuți.

2. Determinarea numărului de curenți necunoscuți și alegerea sensului acestor curenți. În fiecare porțiune de circuit neramificat (latură) curentul are

aceeași valoare de la începutul și până la sfârșitul ei. Pentru circuitul examinat (Fig. 3-4) în nodurile A și B sunt conectate trei porțiuni de circuit (laturi): BCDA prin care curentul este  $I_1$ , BA cu curentul  $I_2$  și BFGA având curentul  $I_3$ .

Astfel, numărul de curenți diferiți este egal cu numărul laturilor circuitului electric.

Cum se aleg sensurile curenților? Se știe că pentru un circuit complex este imposibil de determinat sensurile tuturor curenților, fără a se calcula, în prealabil, circuitul. Se începe, deci, prin alegerea, în mod arbitrar, a sensurilor curenților (a sensurilor pozitive ale curenților); după aceea pentru sensurile alese se stabilesc ecuațiile. După rezolvarea acestor ecuații se găsesc sensurile efective ale curenților după sensul lor algebric, astfel: curenții a căror sensuri efective sunt opuse sensurilor alese inițial sunt exprimate prin numere negative.

Astfel, pentru prezentul caz, se poate susține încă înainte de calcularea circuitului că nu toate sensurile alese (notate prin săgeți în Fig. 3-4) coincid cu sensurile reale (efective) pentru că este evident faptul că toți curenții nu pot fi orientați înspre nodul A.

În concluzie, curenții din ecuațiile lui Kirchhoff sunt mărimi algebrice a căror semn depinde de sensul curenților.

3. Stabilirea ecuațiilor după teoremele lui Kirchhoff. Pentru problema de aici există trei curenți necunoscuți  $I_1$ ,  $I_2$  și  $I_3$ , iar pentru determinarea lor este necesar să se stabilească trei ecuații.

Se începe prin aplicarea primei teoreme a lui Kirchhoff. Pentru un circuit care are  $n$  noduri se pot stabili un număr  $(n-1)$  de ecuații independente; pentru un nod oarecare al circuitului nu mai este necesară scrierea ecuației pentru că aceasta rezultă din ecuațiile precedente.

Circuitul din Fig. 3-4 are două noduri A și B. Scriind, deci, o singură ecuație, cu prima teoremă a lui Kirchhoff, de exemplu, pentru nodul A, avem:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (3-1)$$

Celelalte două ecuații căutate se scriu după teorema a doua a lui Kirchhoff, de exemplu, pentru ochiurile de circuit BAGFB și CDGFC, (pentru ca ecuațiile să fie independente, fiecare ochi trebuie să conțină față de ochiul precedent o latură de circuit în plus).

Parcurgând fiecare ochi în sens orar și ținând seama de regula semnelor (v. discuția suplimentară 3 din paragraful 2-1) se obține:

$$R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 = E_2 - E_3 \quad (3-2)$$

$$R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 = E_1 - E_3 \quad (3-3)$$

4. Calculul curenților. Înlocuind în ecuațiile (3-2) și (3-3) valorile rezistențelor și valorile t.e.m. se obține:

$$100 \cdot I_2 - 10 \cdot I_3 = 48 - 6$$

sau

$$100 \cdot I_2 - 10 \cdot I_3 = 42 \quad (3-4)$$

$$200 \cdot I_1 - 10 \cdot I_3 = 54 \quad (3-5)$$

Astfel, calculul curenților se reduce la rezolvarea unui sistem de trei ecuații (3-1), (3-4) și (3-5) cu trei necunoscute. Scoțând curențul  $I_2$  din ecuația (3-1) și introducând valoarea sa în ecuația (3-4):

$$- 100 \cdot (I_1 + I_3) - 10 \cdot I_3 = 42$$

reducând termenii asemenea se obține:

$$- 100 \cdot I_1 - 110 \cdot I_3 = 42 \quad (3-6)$$

S-au obținut, astfel, două ecuații (3-5) și (3-6) cu două necunoscute  $I_1$  și  $I_3$ .

Înmulțind ecuația (3-6) cu 2 și adunând rezultatul, termen cu termen cu ecuația (3-5) se obține:

$$- 10 \cdot I_3 - 220 \cdot I_3 = 138,$$

de unde rezultă curențul

$$I_3 = - \frac{138}{230} = - 0,6 \text{ A.}$$

Înlocuind valoarea curențului  $I_3$  în ecuația (3-6) se obține că:

$$- 100 \cdot I_1 - 100 \cdot (- 0,6) = 42$$

de unde:

$$I_1 = \frac{42 - 66}{-100} = 0,24 \text{ A}$$

Curențul  $I_2$  se determină din ecuația (3-1)

$$I_2 = - I_1 - I_3 = - 0,24 + 0,6 = 0,36 \text{ A}$$

Curenții  $I_1$  și  $I_2$  au valori pozitive și  $I_3$  valoare negativă, în consecință, sensul primilor doi curenți a fost ales în mod corespunzător, în timp ce sensul curențului  $I_3$  nu. Sensul real (efectiv) al curențului  $I_3$  este reprezentat printr-o săgeată punctată în Fig. 3-4. Suma curenților  $I_1 + I_2 = 0,24 + 0,36 = 0,6 \text{ A}$  este curențul  $I_3$  și care are sensul real din nodul A înspre nodul B pe latura AGFB.

## Discuții suplimentare

1. Câte contururi conțin circuitele reprezentate în Fig. 3-4 și 3-1? Circuitul din Fig. 3-4 are trei contururi: DABCD, DGFC D și AGFBA. Pentru stabilirea a două ecuații cu cea de a doua teoremă a lui Kirchhoff este necesar și suficient să se aleagă două contururi. Pentru simplificarea calculelor se recomandă să se aleagă contururi care formează ochiuri independente, în cazul de aici DABCD și AGFBA. Numărul de ochiuri este întotdeauna egal cu numărul ecuațiilor independente care se pot scrie cu cea de a doua teoremă a lui Kirchhoff.

Pentru calcularea circuitului din Fig. 3-1 prin intermediul teoremelor lui Kirchhoff, trebuie să se stabilească cinci ecuații independente (circuitul având 5 laturi de circuit). Circuitul are trei noduri A, B și C, și drept urmare cu prima teoremă a lui Kirchhoff se pot stabili două ecuații independente. Celelalte trei ecuații care lipsesc (până la cinci) se scriu cu ajutorul celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff.

Pentru circuitul din Fig. 3-1 se pot distinge 6 contururi : ACKA, ABCKA, ABMKA, ABCA, ABMCA și BMCB, dar se obțin ecuații independente numai pentru trei contururi, de exemplu, ACKA, ABCA și BMCB și care conține fiecare o latură în plus.

Astfel, un circuit electric ramificat conține mai multe contururi pentru care se pot stabili ecuații.

2. Cum decurg calculele dacă valorile ecuațiilor sunt cunoscute și se cere determinarea celorlalți parametri ai circuitului? Este evident că prin rezolvarea celor trei ecuații independente (3-1), (3-2) și (3-3) scrise pentru circuitul din Fig. 3-4 se determină fiecare din cele 3 mărimi necunoscute. De exemplu, atunci când se cunosc curenții și rezistențele se poate determina t.e.m.  $E_1$ ,  $E_2$  și  $E_3$  sau când se dau curenții și t.e.m. se pot afla rezistențele.

Astfel, rezolvarea unui circuit după metoda ecuațiilor lui Kirchhoff poate fi efectuată pentru orice mărime. Numărul mărimilor necunoscute nu trebuie să depășească numărul ecuațiilor independente care se pot stabili cu ajutorul celor două teoreme a lui Kirchhoff.

3. Pentru parcurgerea conturilor trebuie să se aleagă întotdeauna același sens? Pentru scrierea ecuațiilor (3-2) și (3-3) s-a ales același sens de parcurgere a conturilor și anume sensul orar. Luând, de exemplu, pentru conturul AGFBA din Fig. 3-4 sensul de parcurgere opus se obține:

$$R_3 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = E_3 - E_2 \quad (3-7)$$

Comparând ecuațiile (3-2) și (3-7) se observă că ele sunt identice, trecerea de la una la alta făcându-se prin înmulțirea ambilor membri ai ecuației cu  $-1$ .

În consecință, alegerea sensului de parcurgere a conturului poate fi făcută în mod arbitrar.

4. Prezintă avantaj rezolvarea problemei a cărei circuit este dat în Fig. 3-1 prin metoda ecuațiilor lui Kirchhoff? Circuitul electric din Fig. 3-1 are cinci curenți necunoscuți pentru aflarea cărora trebuie stabilite cinci ecuații, două după prima teoremă a lui Kirchhoff și trei după a doua teoremă a lui Kirchhoff.

Rezolvarea unui sistem de cinci ecuații nu este așa simplă ca rezolvarea a două ecuații simple, ca atunci când curenții se determină cu ajutorul principiului superpoziției.



### 3-3 Metoda curenților ciclici (ochiurilor independente)

#### Enunțul problemei

Pentru circuitul din Fig. 3-5, care s-a calculat în paragraful precedent prin metoda ecuațiilor lui Kirchhoff, să se determine toți curenții pentru aceleași date prin metoda curenților ciclici.

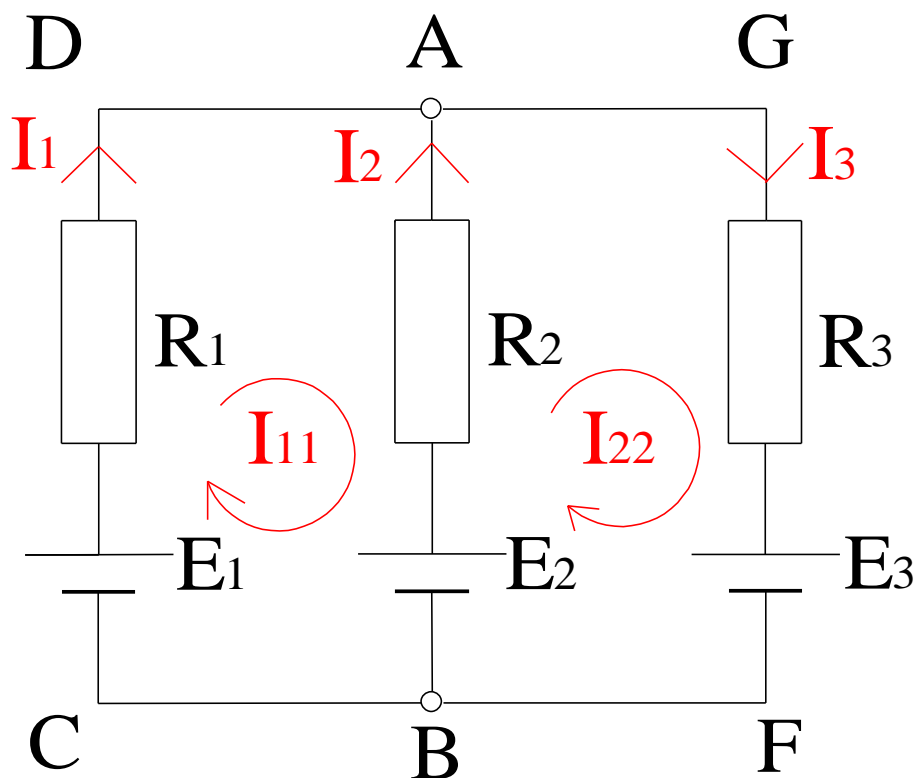


Fig. 3-5. Curenții de contur ai unui circuit cu trei laturi.

#### Rezolvarea problemei

1. Curenții de contur (ciclici) și legătura lor cu curenții laturilor. Metoda curenților ciclici se bazează pe utilizarea numai celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff, ceea ce permite micșorarea numărului de curenți de rezolvat.

Pentru aceasta, se împarte schema în ochiuri (contururi independente) și se introduce pentru fiecare ochi (contur) curentul său de contur, mărime care, necunoscută fiind, trebuie calculată.

Astfel, pentru circuitul dat, Fig. 3-5, se pot realiza două ochiuri, DABCD și AGFBA și prin aceste contururi trec curenții ciclici  $I_{11}$  și  $I_{22}$ .

Din schemă se observă că pentru laturile exterioare, DC și GF curenții de contur coincid cu curenții prin laturi, adică  $I_1 = I_{11}$  și  $I_3 = I_{22}$ . Pentru latura din mijloc, porțiunea de circuit AB din Fig. 3-5, curentul  $I_2$  al laturii este determinat de diferența curenților ciclici, adică  $I_2 = I_{22} - I_{11}$ , ținându-se seama că pentru problema de aici, curentul  $I_2$  este dirijat în același sens cu curentul  $I_{22}$  și are sens opus curentului  $I_{11}$ . În consecință, pentru problema dată, doi curenți de contur permit calcularea curenților din trei laturi de circuit.

2. Determinarea rezistențelor proprii și comune a conturilor. Suma tuturor rezistențelor unui contur se numește rezistența proprie a conturului, astfel, pentru conturul DABCD (Fig. 3-5) rezistența proprie este:

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 200 + 100 = 300 \Omega.$$

și pentru conturul AGFBA:

$$R_{22} = R_2 + R_3 = 100 + 10 = 110 \Omega.$$

Rezistența unei laturi comune pentru două contururi, ca latura AB din fig. 3-5 se numește rezistență comună. Ea se notează cu  $R_{12}$  pentru primul contur și pentru al doilea contur cu  $R_{21}$ . Observând că  $R_{12}$  și  $R_{21}$  reprezintă rezistența aceleiași laturi de circuit, este evident că  $R_{12} = R_{21}$ . Pentru cazul de aici  $R_{12} = R_{21} = R_2 = 100 \Omega$ .

3. Stabilirea ecuațiilor de contur și calculul curenților. Scrierea ecuațiilor de contur se face după a doua teoremă a lui Kirchhoff, pentru conturul BCDAB:

$$R_1 \cdot I_{11} - R_2 \cdot (I_{22} - I_{11}) = E_1 - E_2$$

sau grupând termeni care conțin curenții  $I_{11}$  și  $I_{22}$  se obține:

$$(R_1 + R_2) \cdot I_{11} - R_2 \cdot I_{22} = E_1 - E_2.$$

În mod analog se stabilește și ecuația pentru conturul AGFBA:

$$R_{22} \cdot I_{22} - R_{21} \cdot I_{11} = E_2 - E_3.$$

Înlocuind valorile rezistențelor și a t.e.m. se obține:

$$300 \cdot I_{11} - 100 \cdot I_2 = 60 - 48 = 12 ;$$

$$110 \cdot I_{22} - 100 \cdot I_{11} = 48 - 6 = 42.$$

Astfel, calculul curenților de contur  $I_{11}$  și  $I_{22}$  se reduce la rezolvarea unui sistem de două ecuații.

Înmulțind cea de a doua ecuație cu 3 și adunând-o, membru cu membru cu prima ecuație se obține:

$$300 \cdot I_{11} - 100 \cdot I_{22} + 330 \cdot I_{22} - 300 \cdot I_{11} = 12 + 126$$

de unde, după reducerea termenilor asemenea:

$$230 \cdot I_{22} = 138$$

sau:

$$I_{22} = 138/230 = 0,6 \text{ A.}$$

Înlocuind această valoare în prima ecuație de contur se obține curentul  $I_{11}$ :

$$I_{11} = (12 + 100 \cdot I_{22}) \cdot 300 = (12 + 100 \cdot 0,6) \cdot 300 = 0,24 \text{ A.}$$

Folosind legătura stabilită mai înainte (punctul 1) între curenții ciclici și curenții reali se obțin valorile curenților prin laturile de circuit:

$$I_1 = I_{11} = 0,24 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{22} = 0,6 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{22} - I_{11} = 0,6 - 0,24 = 0,36 \text{ A.}$$

### Discuții suplimentare

1. Cum se modifică ecuațiile conturilor dacă se alege sens opus pentru curentul  $I_{22}$  din Fig. 3-5? În cazul în care curentul  $I_{22}$  este orientat în sens antiorar, ecuațiile de contururi se scriu sub forma:

$$R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} = E_1 - E_2$$

$$R_{22} \cdot I_{22} + R_{21} \cdot I_{11} = E_3 - E_2.$$

Din compararea ecuațiilor obținute acum cu cele folosite în rezolvarea problemei se poate trage următoarea concluzie referitoare la semnul căderii de tensiune pe rezistența comună a conturilor: sensul este pozitiv atunci când curenții ciclici, prin rezistența comună, au același sens și semn negativ când curenții ciclici au sensuri contrare.

2. În care cazuri este avantajos de a aplica metoda curenților ciclici? Avantajul acestei metode față de metoda ecuațiilor lui Kirchhoff apare atunci când circuitul conține un număr mare de ochiuri.

Astfel, pentru calcularea curenților circuitului ce conține un montaj în punte, din Fig. 2-10, format din șase laturi și trei ochiuri, trebuie stabilite după metoda ecuațiilor lui Kirchhoff șase ecuații și numai trei ecuații prin metoda curenților ciclici, fapt ce rezultă și din Fig. 3-6.

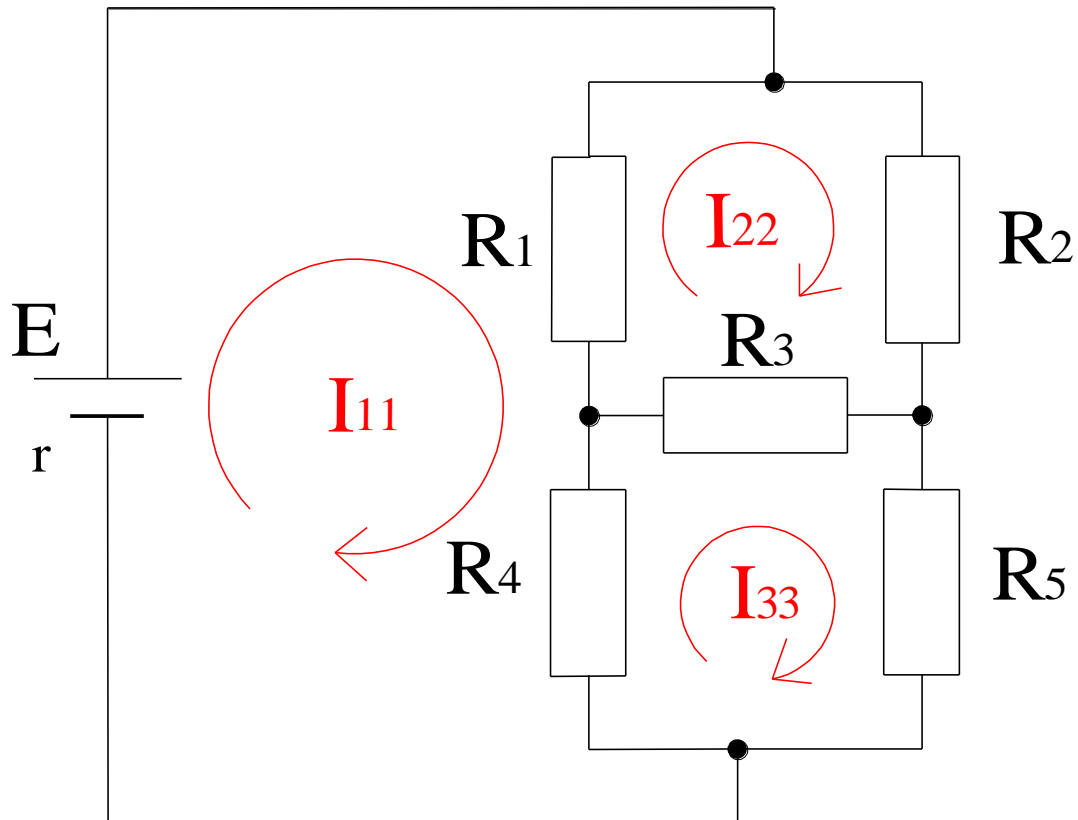


Fig. 3-6. Curenții de contur (ciclici) pentru un montaj în punte.

Este evident că pentru calcularea montajului în punte după metoda curenților ciclici, prin rezolvarea sistemului de ecuații stabilit, este necesar un timp mai scurt decât atunci când se aplică metoda de transfigurare din problema paragrafului 2-4.

### 3-4. Metoda celor două noduri

#### Enunțul problemei

Două generatoare conectate în paralel, Fig. 3-7, cu t.e.m.  $E_1 = E_2 = 230 \text{ V}$  și de rezistențe interne  $r_1 = 0,5 \Omega$  și  $r_2 = 0,4 \Omega$  alimentează un receptor a cărui rezistență echivalentă  $R = 10 \Omega$ .

Să se determine toți curenții, puterile generatoarelor, pierderile de puteri pe rezistențele interne precum și puterea receptorului  $R$ .

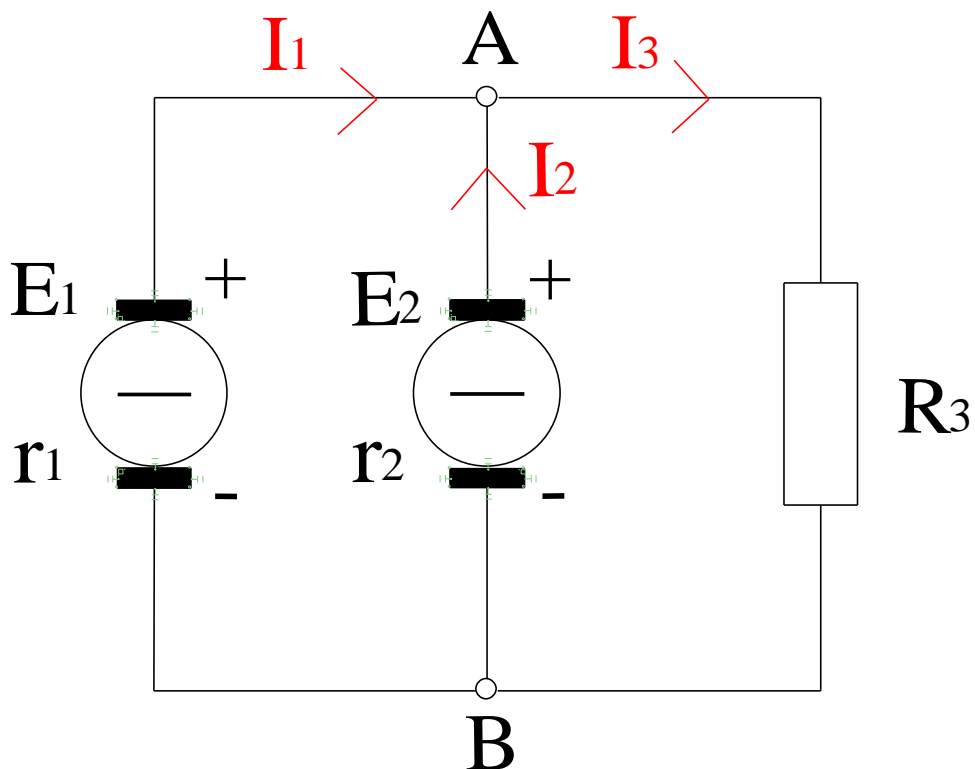


Fig. 3-7. Funcționarea în paralel a două generatoare.

#### Rezolvarea problemei.

1. Aplicarea metodei celor două noduri. Spre deosebire de metoda curenților ciclici, care se poate aplica pentru rezolvarea oricărui circuit, metoda celor două noduri nu poate fi aplicată decât pentru calculul circuitelor care au numai două noduri, fiind indiferent numărul de laturi.

În practică se întâlnesc des circuite numai cu două noduri și această metodă simplifică, în mod considerabil, calculele.

Pentru calcul se folosește formula următoare, care determină tensiunea între cele două noduri:

$$U_0 = \frac{\sum EG}{\sum G}$$

unde:

- $\sum EG$  este suma algebrică a produselor t.e.m. prin conductanța corespunzătoare,
- $\sum G$  este suma conductanțelor laturilor.

Atunci, prin circuitul considerat, Fig. 3-7,

$$U_0 = U_{AB} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2 + G_3} .$$

În cazul de aici termenul  $E_3 \cdot G_3$  lipsește, pentru că, în latura a treia nu există t.e.m. Dacă, de exemplu, t.e.m.  $E_2$  ar avea sens opus, atunci înaintea termenului  $E_2 \cdot G_2$  trebuia să se pună semnul minus.

2. Calculul tensiunii dintre noduri. Mai întâi se determină conductanța fiecărei ramuri:

$$G_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ S};$$

$$G_2 = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ S};$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ S}.$$

Astfel, tensiunea dintre cele două noduri este:

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{230 \cdot 2 + 230 \cdot 2,5}{2 + 2,5 + 0,1} = 225 \text{ V}.$$

3. Alegerea sensurilor pozitive pentru curenți. Circuitul considerat (Fig. 3-7) este format din trei laturi de circuit prin care trec curenții corespunzători  $I_1$ ,  $I_2$

și  $I_3$ , curenți a căror sensuri, înaintea calcului circuitului sunt necunoscute, circuitul fiind complex; va trebui, deci, să se aleagă sensurile pozitive în mod arbitrar, ca în Fig. 3-7, reprezentați prin săgeți.

4. Calculul curenților. Sensurile curenților, adoptate în Fig. 3-7, coincid cu sensul t.e.m. În acest caz tensiunea dintre noduri sau tensiunea la capetele laturii, este egală cu diferența dintre t.e.m. a sursei și căderea de tensiune pe rezistența ramurii, adică:

$$U_{AB} = E_1 - I_1 \cdot r_1 = E_2 - I_2 \cdot r_2$$

de unde:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{r_1} = (E_1 - U_{AB}) \cdot G_1 = (230 - 225) \cdot 2 = 10 \text{ A.}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{AB}}{r_2} = (E_2 - U_{AB}) \cdot G_2 = (230 - 225) \cdot 2 = 12,5 \text{ A.}$$

După legea lui Ohm, curentul  $I$  este:

$$I = \frac{U_{AB}}{R} = U_{AB} \cdot G = 225 \cdot 0,1 = 22,5 \text{ A.}$$

5. Calculul puterilor. Puterile debitate de surse sunt:

$$P_1 = E_1 \cdot I_1 = 230 \cdot 10 = 2,3 \text{ Kw ;}$$

$$P_2 = E_2 \cdot I_2 = 230 \cdot 12,5 = 2,875 \text{ kW.}$$

Pierderile de putere pe rezistențele interne sunt:

$$P_{01} = r_1 \cdot I_1^2 = 0,5 \cdot 10^2 = 50 \text{ W} = 0,05 \text{ kW ;}$$

$$P_{02} = r_2 \cdot I_2^2 = 0,4 \cdot 12,5^2 = 62,5 \text{ W} = 0,0625 \text{ kW.}$$

Puterea consumatorului este:

$$P = R \cdot I^2 = 10 \cdot 22,5^2 = 5,0625 \text{ kW.}$$

Stabilirea bilanțului puterilor:

$$P_{01} + P_{02} + P = 0,05 + 0,0625 + 5,0625 = 5,175 \text{ kW} ;$$

$$P_1 + P_2 = 2,3 + 2,875 = 5,175 \text{ kW}.$$

Astfel:

$$P_{01} + P_{02} + P = P_1 + P_2$$

Ceea ce era de așteptat, în cazul în care calculele au fost corect efectuate.

### Discuții suplimentare

1. Cu ce precizie trebuie calculată tensiunea dintre noduri? În majoritatea problemelor practică, caz întâlnit și în problema rezolvată, tensiunea dintre noduri diferă puțin față de t.e.m. Din această cauză, considerând pentru problema de aici, în determinarea tensiunii  $U_{AB}$  o eroare de numai 1 %, adică, luând  $U'_{AB} = 227,25 \text{ V}$  în loc de  $225 \text{ V}$  se va obține pentru curentul  $I_1 = 10 \text{ A}$  valoarea  $I'_1 = (E_1 - U'_{AB}) = (230 - 227,25) \cdot 2 = 5,5 \text{ A}$ , adică pentru curent eroarea este de 45%.

Acest exemplu demonstrează că tensiunea între noduri trebuie să fie calculată cu o precizie mai mare cu cel puțin de două ordine decât precizia cu care se calculează curenții. Metoda celor două noduri nu poate fi, deci, aplicată la calcularea circuitelor cu tensiunea dintre noduri foarte apropiate de tensiunea surselor de alimentare.

2. Care sunt parametrii surselor care determină repartitia curenților în laturile circuitului? Pentru asigurarea funcționării în paralel a mai multor generatoare trebuie cunoscută repartitia curentului (a sarcinii) între aceste generatoare.

Astfel, pentru  $E_1 = E_2$  se obține următorul raport între generatoare:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(E_1 - U_{AB}) \cdot G_1}{(E_2 - U_{AB}) \cdot G_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

adică, în cazul în care t.e.m., ale generatoarelor conectate în paralel sunt egale, raportul curenților este invers proporțional cu raportul rezistențelor interioare ale generatoarelor.

3. În ce caz una din sursele conectate în paralel funcționează în regim de receptor? Conectând în paralel cu un generator oarecare, o baterie de acumulare în calitate de sursă de alimentare de rezervă (în cazul defectării generatorului) se obține ceea ce se numește o conectare “în tampon” a



acumulatorilor. Acest tip de conexiune este folosit pentru alimentarea receptorilor care din cauza restricțiilor tehnologice nu suportă o deconectare chiar de scurtă durată, a sursei. Presupunând că, în cazul problemei de aici, prima sursă este un generator și a doua o baterie de acumulatori conectată în tampon. Este evident că în condiții normale receptorul trebuie să fie alimentat numai de la generator, în timp ce bateria trebuie să funcționeze fie în gol, fie în regim de sarcină, ceea ce se poate asigura atunci când t.e.m. a generatorului depășește t.e.m. a bateriei de acumulatori.

De exemplu, pentru  $E_1 = 245 \text{ V}$  și  $E_2 = 230 \text{ V}$  tensiunea dintre noduri, din relația (3-8) este:

$$U_{AB} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{245 \cdot 2 + 230 \cdot 2,5}{4,6} = 232 \text{ V} ;$$

iar, curentul prin bateria de acumulatori:

$$I_2 = (E_2 - U_{AB}) \cdot G_2 = (230 - 232) \cdot 2,5 = -5 \text{ A} ,$$

adică, sensul curentului  $I_2$  este opus sensului t.e.m.  $E_1$  și bateria de acumulatori funcționează în regim de receptor (consumator).

Atunci când generatorul este debransat, acumulatorul devenind singura sursă de alimentare din circuit intră în funcționare în regim de generator și alimentează astfel receptorul.

### 3-5. Metoda generatorului echivalent de tensiune. Regimul cu sarcină variabilă

#### Enunțul problemei

Fie circuitul din Fig. 3-7 cu t.e.m.  $E_1 = 232 \text{ V}$  și  $E_2 = 22 \text{ V}$ , având rezistențe interne egale  $r_1 = r_2 = 0,4 \text{ } \Omega$ . Rezistența  $R$  a sarcinii generatorului variază între  $(0 \div 1) \text{ } \Omega$ .

Să se determine relația dintre curentul, puterea sarcinii și randamentul generatorului în funcție de rezistența  $R$ .

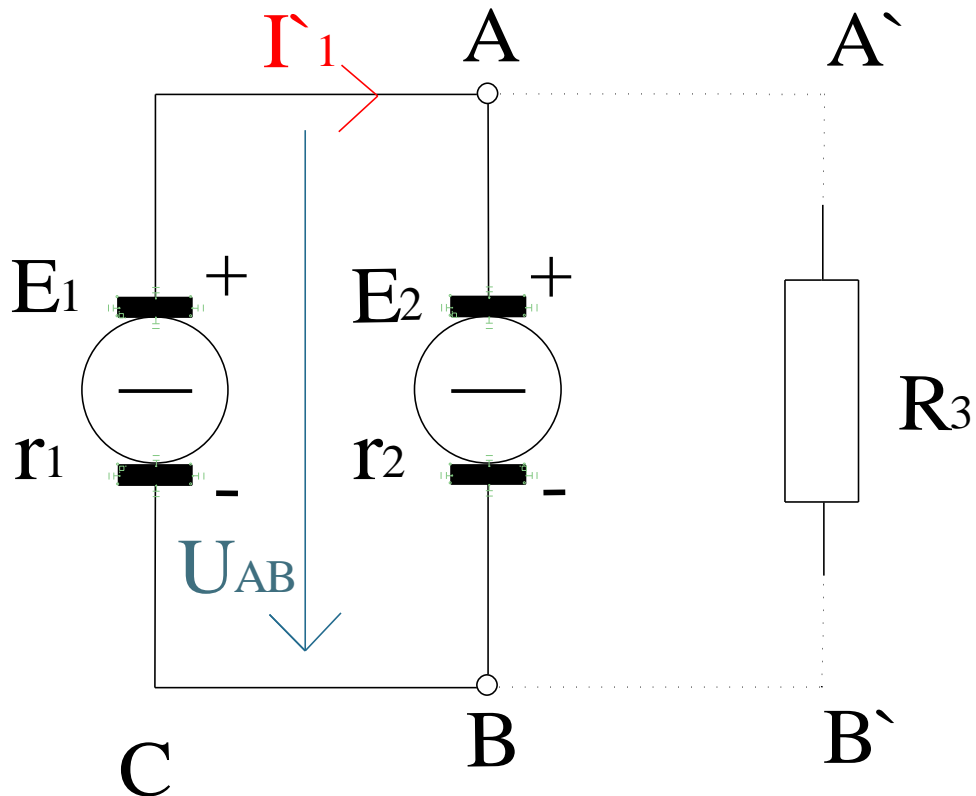


Fig. 3-8. Împărțirea circuitului în părți interioare și exterioare.

#### Rezolvarea problemei

1. Aplicarea metodei generatorului echivalent de tensiune. Această metodă se recomandă pentru determinarea mărimilor electrice (curenți tensiuni, puteri, etc.) pentru o latură a unui circuit complex. Avantajele metodei generatorului echivalent de tensiune, față de celelalte metode, ies în evidență atunci când rezistența laturii analizate este variabilă (sarcină variabilă), ca în problema de aici.

2. Stabilirea schemei echivalente. Circuitul examinat poate fi împărțit față de cele două noduri,  $A$  și  $B$ , în două părți (Fig. 3-8): ramura de studiat cu

rezistența  $R$  pe care o denumim sectorul exterior al schemei și restul circuitului care a mai rămas, denumit sectorul interior al schemei.

Cele două părți, internă și externă, ale schemei din Fig. 3-8 sunt conectate între ele prin liniile punctate  $AA_1$  și  $BB_1$ , fiecare linie aparținând unui nod.

După teorema lui Thévenin tot sectorul interior al schemei poate fi înlocuit printr-o singură sursă de alimentare cu t.e.m.  $E_e$  și rezistența  $r_e$  (Fig. 3-9, latura ACB).

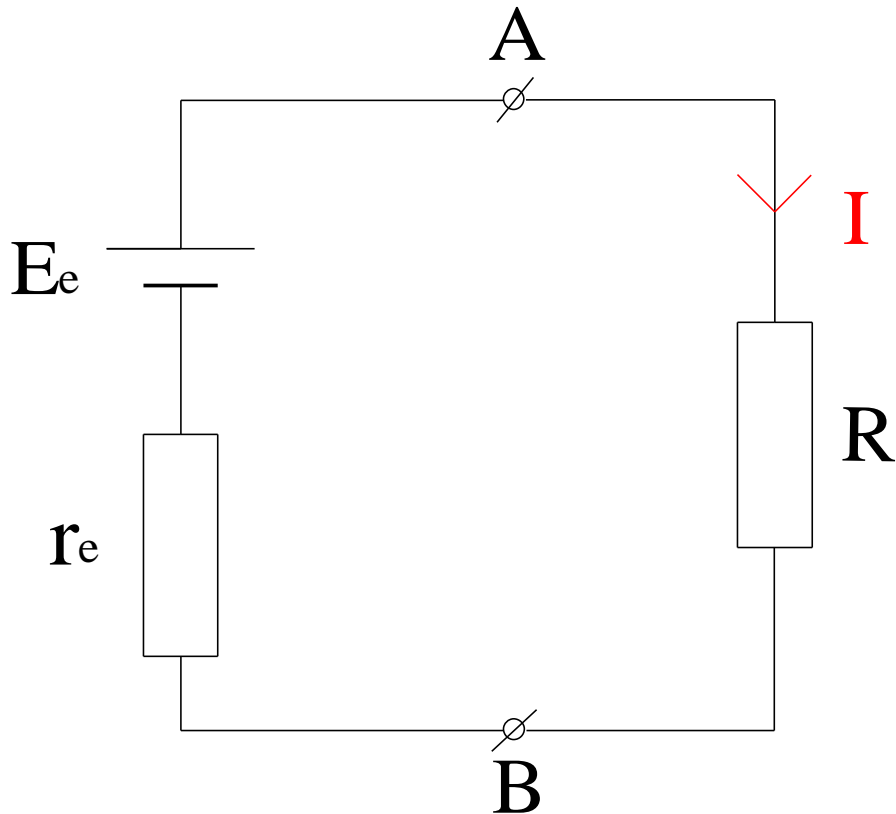


Fig. 3-9. Transformarea circuitului într-o sursă echivalentă de tensiune.

După o asemenea substituție în circuitul din Fig. 3-7 este transformat într-un circuit simplu, neramificat, ca în Fig. 3-9, a cărui calcul nu prezintă dificultăți.

Astfel, rezolvarea problemei trebuie să înceapă prin determinarea parametrilor echivalenți,  $E_e$  și  $r_e$ , ai sectorului interior al schemei.

3. Calculul parametrilor sursei echivalente de tensiune. După teorema lui Thévenin t.e.m. a sursei echivalente de tensiune  $E_e$  este egală cu tensiunea la bornele sectorului interior al circuitului atunci când sectorul exterior este deconectat (regim de funcționare în gol), tensiune notată cu  $U_{ABO}$ . În cazul nostru aceasta înseamnă că t.e.m. echivalentă  $E_e$  este egală cu tensiunea între punctele A și B a schemei din Fig. 3-8 pentru regimul de mers în gol  $E_e = U_{ABO} = E_1 - r_1 \cdot I'$ ,  $I'$  fiind curentul prin conturul ABCA din Fig. 3-8. Se observă că, atunci când

rezistorul R este deconectat (eliminat din circuit), curentul I' se determină ca în paragraful 1-2:

$$I' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{232 - 228}{0,8} = \frac{4}{0,8} = 5 \text{ A} .$$

Astfel încât rezultă:

$$E_e = E_1 - r_1 \cdot I' = 232 - 0,4 \cdot 5 = 230 \text{ V} .$$

Această tensiune  $E_e = U_{ABO}$  acționează în circuitul exterior din punctul A înspre punctul B, ca în Fig. 3-9.

Se calculează, apoi, rezistența internă a sursei echivalente  $r_e$ . Pentru aceasta se elimină toate t.e.m. din sectorul interior al schemei, (în cazul de aici  $E_1$  și  $E_2$ ) și se determină rezistența echivalentă a schemei pentru regimul de mers în gol față de bornele care delimitează părțile circuitului, în cazul de aici A și B, din Fig. 3-8.

$$R_{ABO} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{r_1}{2} = \frac{r_2}{2} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \Omega .$$

Rezistența echivalentă astfel obținută pentru sectorul interior al schemei reprezintă parametrul  $R_e$  căutat al sursei echivalente de tensiune, adică  $r_e = R_{ABO} = 0,2 \Omega$ .

4. Determinarea relației între curent și rezistență  $I = f(R)$ . Curentul în schema echivalentă, Fig. 3-9 este:

$$I = \frac{E_e}{r_e + R} = \frac{E_e}{r_e} \cdot \frac{1}{1 + R/r_e} = \frac{230}{0,2} \cdot \frac{1}{1 + R/r_e} = \frac{1,15 \cdot 10^3}{1 + R/r_e}$$

Cu ajutorul acestei relații se calculează curenții pentru diferite valori ale raportului  $R/r_e$  sau R (tabelul 3-1), de unde rezultă că: micșorarea curentului urmează o variație hiperbolică atunci când R crește.

Tabelul 3-1

R/ $r_e$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
R[ $\Omega$ ]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
I[A]	1150	766	575	460	383	328	287	255	230	209	191

5. Determinarea relației dintre putere și sarcină? Cu datele curentului  $I$  și a rezistenței  $R$  din tabelul 3-1 se calculează puterea sarcinii  $P = R \cdot I^2$  și rezultatele obținute se trec în tabelul 3-2 pe baza cărora se trasează diagrama puterii  $P$  față de raportul dintre rezistența circuitului exterior și rezistența internă a sursei.

Tabelul 3-2

$R/r_e$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$P[\text{kW}]$	0	58,7	66,1	58,7	53,9	49,5	45,7	42,3	39,3	38,1	36,7
$\eta[\%]$	0	33,3	50	60	66,7	71,4	75	77,7	80	81,8	83,3

Se observă, din graficul din Fig. 3-10, că regimul de maximă putere în circuitul exterior se obține atunci când  $R = r_e$  (această afirmație se va demonstra în discuția suplimentară 3).

#### 6. Determinarea randamentului

$$\eta = \frac{P}{P_s} = \frac{I^2 \cdot R}{I^2 \cdot (R + r_e)} = \frac{R}{R + r_e} = \frac{1}{1 + r_e/R}$$

Pentru regiuni caracteristice randamentul este:

- pentru  $R = 0$

$$\eta = \frac{0}{0+r_e} = 0$$

- pentru  $R = r_e$

$$\eta = \frac{R_e}{r_e + r_e} = 0,5 \text{ sau } \eta = 50 \%$$

- pentru  $R = \infty$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r_e}{\infty}} = 1 \text{ sau } \eta = 100\%$$

În concluzie, randamentul crește cu mărirea raportului  $R/r_e$  și atinge valoarea maximă (100%) din punct de vedere teoretic în regimul de mers în gol.

### Discuții suplimentare

1. De ce teorema lui Thévenin mai este denumită și teorema bipolului activ? În timpul rezolvării problemei referitoare la circuitul complex dat în Fig. 3-8 s-a împărțit circuitul în parte interioară și parte exterioară. Partea interioară reprezintă un circuit activ cu două borne de acces cu exteriorul, notate cu A și B în fig. 3-8, ceea ce reprezintă un bipol activ.

Parametrii sursei echivalente de tensiune  $E_e$  și  $r_e$  sunt determinate de schema și parametrii bipolului activ dat. Din această cauză teorema lui Thévenin se mai numește și teorema bipolului activ.

2. Din ce cauză metoda generatorului echivalent de tensiune mai este numită, câteodată și metoda mersului în gol și scurtcircuit? Dacă se măsoară tensiunea între punctele A și B (Fig. 3-8) atunci când rezistența R este deconectată, adică atunci când generatorul echivalent funcționează în regim de mers în gol se obține tocmai tensiunea echivalentă, adică  $E_e = U_{ABO}$ . Dacă între punctele A și B se înseriază un ampermetru de rezistență mică, adică generatorul de tensiune echivalent funcționează în regim de scurtcircuit, curentul măsurat este curentul de scurtcircuit,  $I_{sc}$  și egal (din Fig. 3-9, pentru  $R=0$ ) cu

$$I_{sc} = \frac{E_e}{r_e}$$

De unde rezultă rezistența echivalentă

$$r_e = \frac{E_e}{I_{sc}}$$

Înlocuind  $E_e = U_{ABO}$  se obține

$$r_e = \frac{U_{ABO}}{I_{sc}}$$

În concluzie, efectuând măsurări la mers în gol și scurtcircuit, se poate determina, experimental, parametrii generatorului echivalent.

3. Cum se poate determina analitic condiția obținerii unei puteri maxime în circuitul exterior? Expresia puterii funcție de rezistența circuitului exterior este:

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left( \frac{E}{R + r_e} \right)^2 \cdot R = E^2 \cdot \frac{R}{(R + r_e)^2}$$

De unde se obține succesiv:

$$\begin{aligned} P(R) &= E^2 \cdot \frac{R}{R^2 + 2 \cdot R \cdot r_e + r_e^2} = E^2 \cdot \frac{1}{R + 2 \cdot r_e + (r_e^2/R)} = \\ &= E^2 \cdot \frac{1}{(\sqrt{R} + r_e / \sqrt{r_e})^2} \end{aligned}$$

Pentru că t.e.m.  $E$  este constantă, ca și  $r_e$ , înseamnă că puterea va fi maximă atunci când numitorul expresiei puterii va fi minim. Numitorul este minim atunci când termenii sunt egali, proprietate valabilă pentru suma a două numere a căror produs este constant.

Deci:

$$\sqrt{R} = \frac{r_e}{\sqrt{R}} \text{ de unde } R = r_e$$

4. În ce cazuri se alege pentru circuitul din Fig. 3-9 un regim de putere maxim și când se alege un regim de randament maxim? Pentru circuitele de putere mică, cazul aparatelor electronice speciale) unde nu contează pierderea unei anumite energii, se alege  $R = (1 \div 3) \cdot r_e$ , asigurându-se astfel un regim apropiat de puterea maximă disipată de rezistența receptorului  $R$ , randamentul fiind cuprins între (50 ÷ 75)%.

Pentru circuitele de putere medie sau mare nu se poate admite un randament atât de mic care determină importante pierderi de energie. În aceste cazuri se aleg rezistențe exterioare cuprinse în intervalul  $R = (10 \div 20) \cdot r_e$ , asigurându-se astfel un randament ridicat, peste 95%, cu toate că puterea debitată este de mai multe ori mai mică decât puterea maximă posibilă.

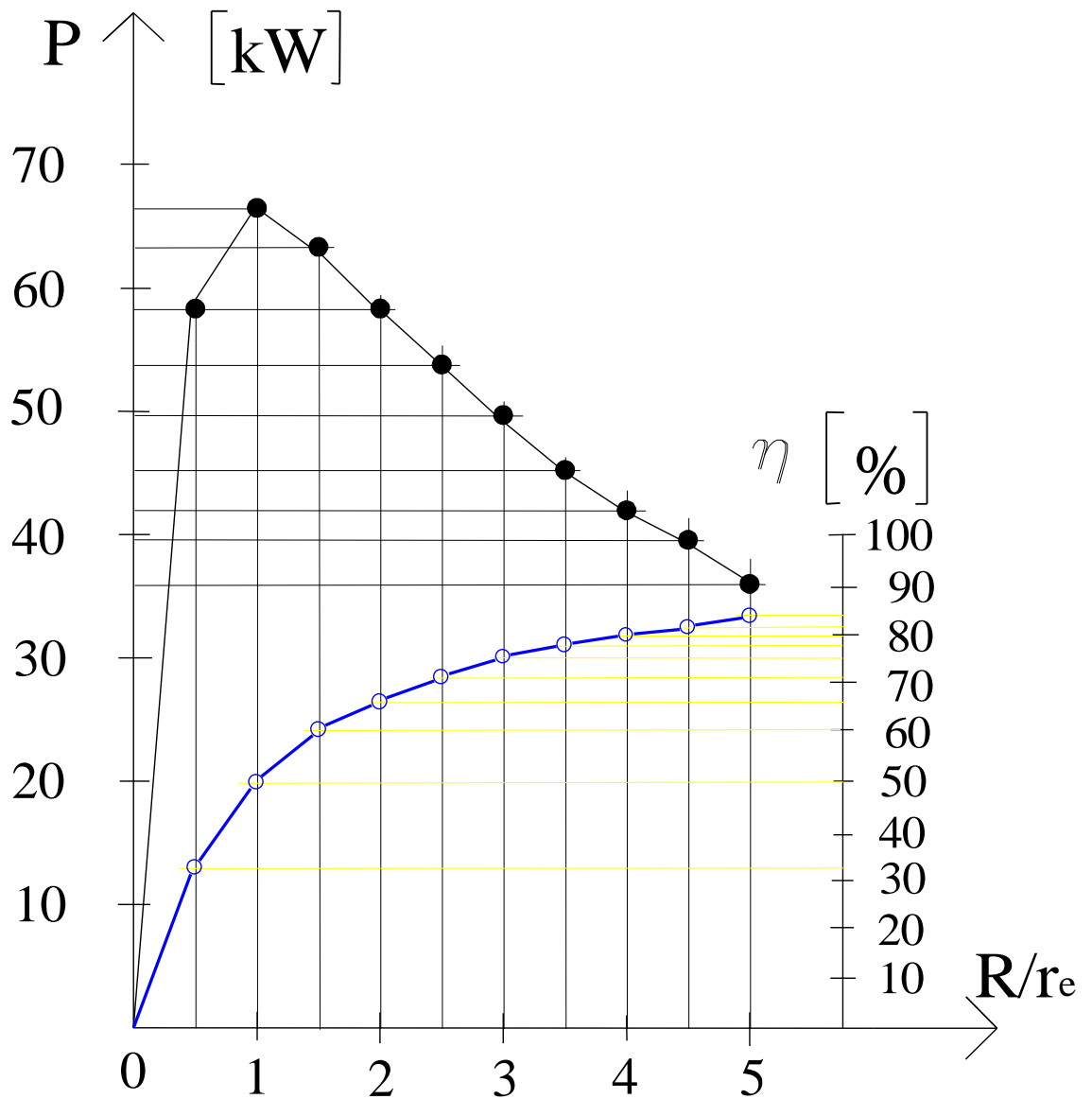


Fig. 3-10. Graficul variației puterii și randamentului în funcție de raportul rezistenței circuitului exterior  $R$  și rezistenței circuitului intern a sursei  $r_e$ .



3-6. Probleme propuse pentru rezolvare

43. Să se determine curenții prin toate laturile de circuit din Fig. 3-11, dacă  $E_1 = E_2 = 120 \text{ V}$ ;  $r_1 = 0,5 \Omega$ ,  $r_2 = 0,4 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 14,5 \Omega$ ,  $R_3 = 12,4 \Omega$  și  $R_4 = 83,3 \Omega$ . Se să rezolve problema prin două metode, a superpoziției și a celor două noduri.

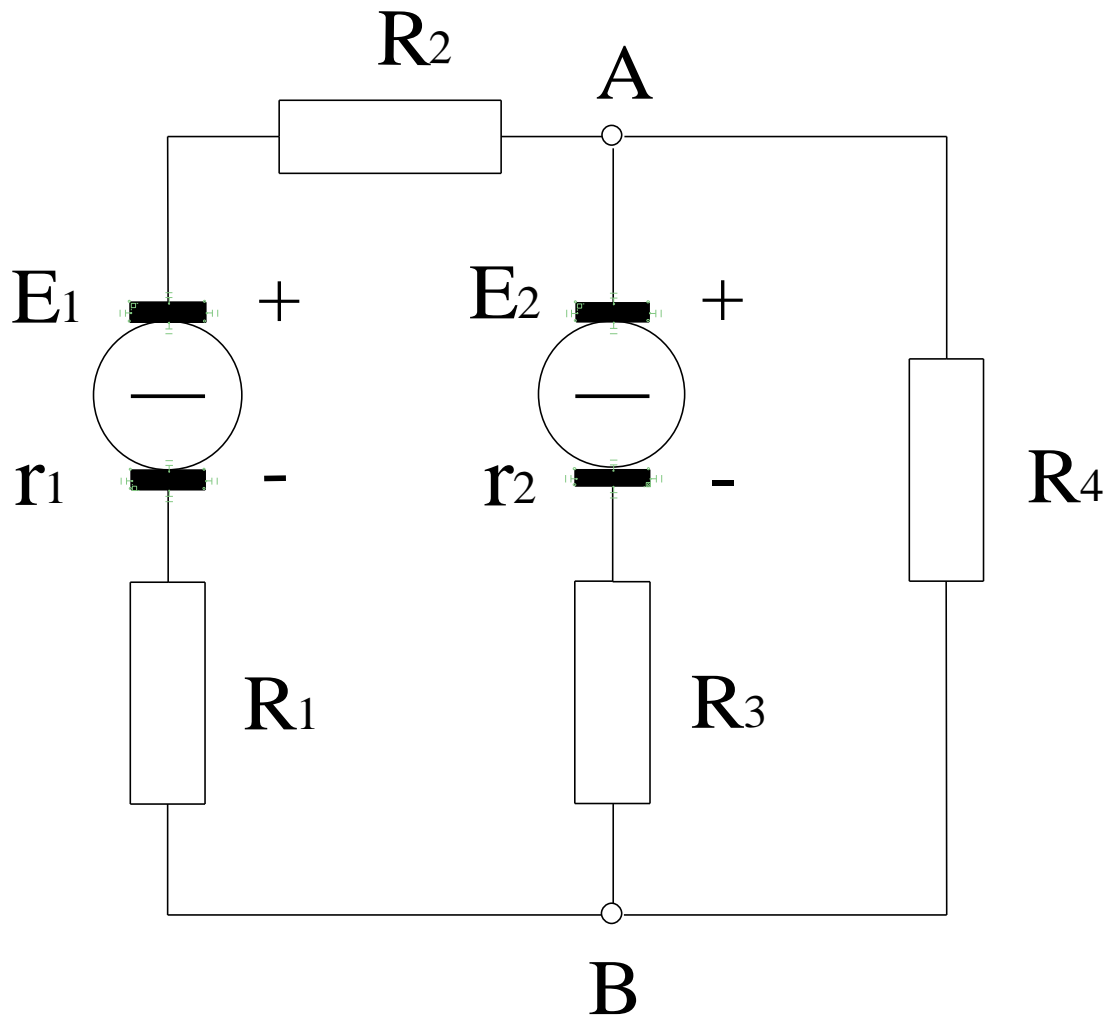


Fig. 3-11 pentru problema 43.

44. Să se determine pentru circuitul din Fig. 3-12, cu ajutorul principiului superpoziției toți curenții dacă  $E_1 = 45 \text{ V}$ ,  $E_2 = 60 \text{ V}$ ,  $R_1 = 60 \Omega$ ,  $R_2 = 100 \Omega$ ,  $R_3 = 150 \Omega$ ,  $R_4 = 20 \Omega$ . Rezistențele interne ale surselor se neglijează.

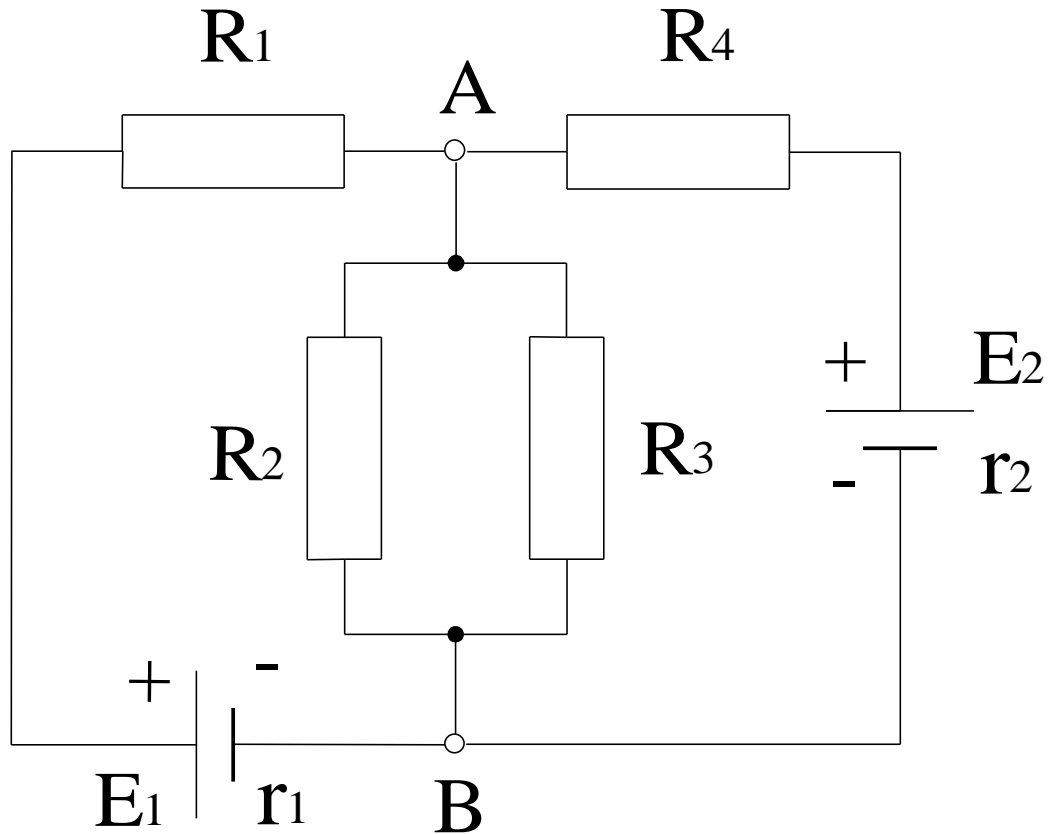


Fig. 3-12 pentru problema 44.

45. Să se calculeze prin metoda celor două noduri tensiunea electrică între nodurile A și B, precum și intensitățile curenților electrici prin toate laturile circuitului din Fig. 3-12 dacă  $E_1 = 45 \text{ V}$ ,  $E_2 = 60 \text{ V}$ ,  $R_1 = 60 \Omega$ ,  $R_2 = 100 \Omega$ ,  $R_3 = 150 \Omega$  și  $R_4 = 29 \Omega$ , iar rezistențele interne ale surselor de energie se neglijează.

46. Să se determine prin metoda teoremelor lui Kirchhoff intensitățile curenților electrici din laturile circuitului din Fig. 3-13 dacă  $E_1 = E_2 = 110 \text{ V}$ ,  $R_1 = 0,98 \Omega$ ,  $R_2 = R_4 = 0,5 \Omega$  și  $R_3 = 4,3 \Omega$ .

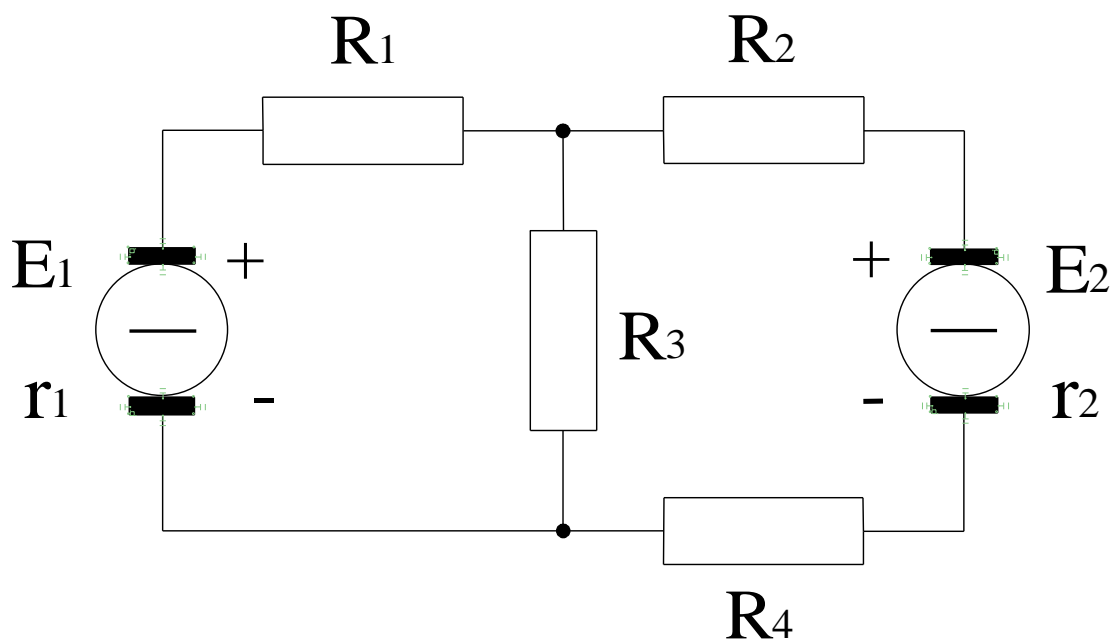


Fig. 3 – 13 pentru problema 46

47. O baterie de acumuloare cu t.e.m.  $E_1$  și rezistența internă  $r_1 = 0,01 \Omega$  este conectată în serie cu rezistorul  $R_1$ , și apoi conectate în paralel cu un generator de c.c. cu t.e.m.  $E_2$  și de rezistență internă  $r_2 = 0,15 \Omega$ , Toată această instalație asigură alimentarea neîntreruptă a unui receptor de tensiune  $120 \text{ V}$  și cu puterea de  $0,96 \text{ kW}$ .

Să se determine :

a) rezistența rezistorului  $R_1$ , valoarea t.e.m.  $E_2$  pentru cazul în care intensitățile curenților electrici ai surselor de energie sunt egali, iar t.e.m.  $E_1 = 126 \text{ V}$  (acumulatorul fiind încărcat);

b) intensitățile curenților electrici ai surselor de energie, precum și t.e.m.  $E_2$  dacă  $E_1 = 121 \text{ V}$ ,  $R_1 = 1,49 \Omega$ , restul datelor rămânând aceleași.

48. În Fig. 3 - 14 și Fig. 3 – 15 sunt reprezentate două variante de conectare a trei generatoare de curent continuu și consumatorii lor printr-un montaj cu patru conductoare. Să se determine intensitățile curenților electrici prin conductoarele de alimentare 1, 2, 3 și 4 pentru fiecare schemă dacă  $E_1 = E_2 = E_3 = 230 \text{ V}$ ,  $r_1 = r_2 = r_3 = 0,5 \Omega$ ,  $R_1 = 4,1 \Omega$ , și  $R_2 = R_3 = 1,8 \Omega$ .

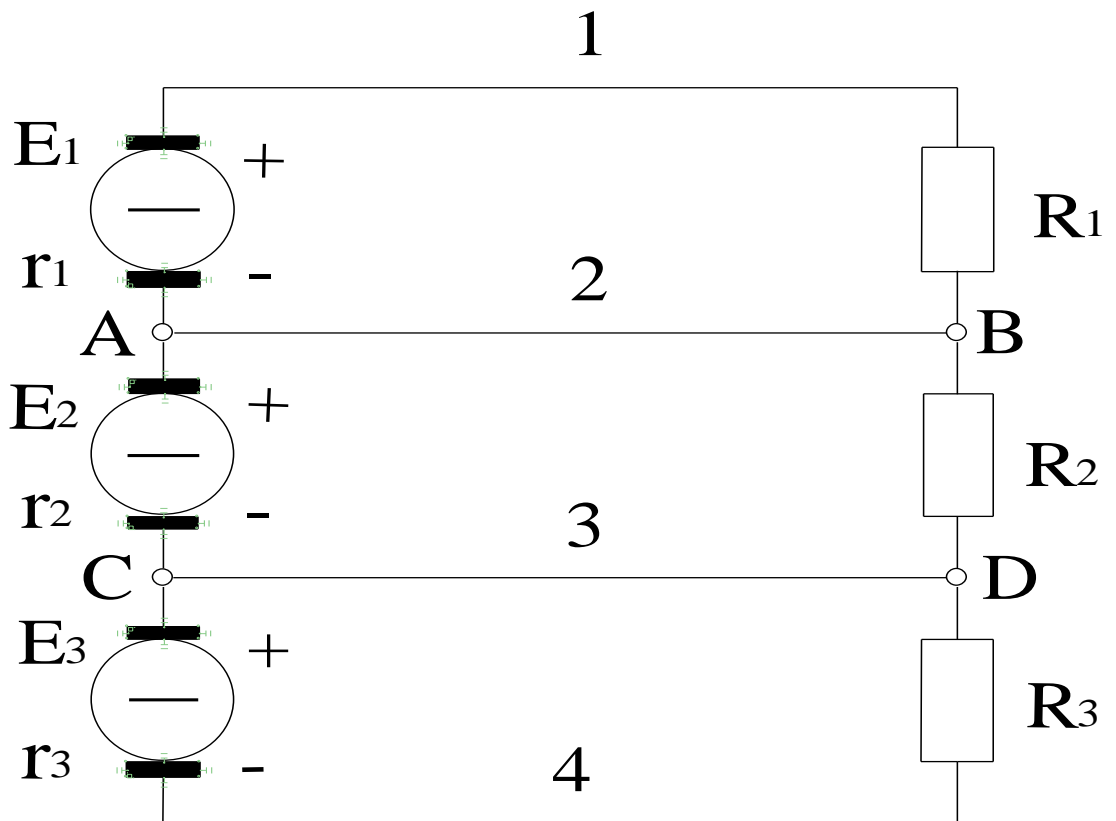


Fig. 3 – 14 pentru problema 48

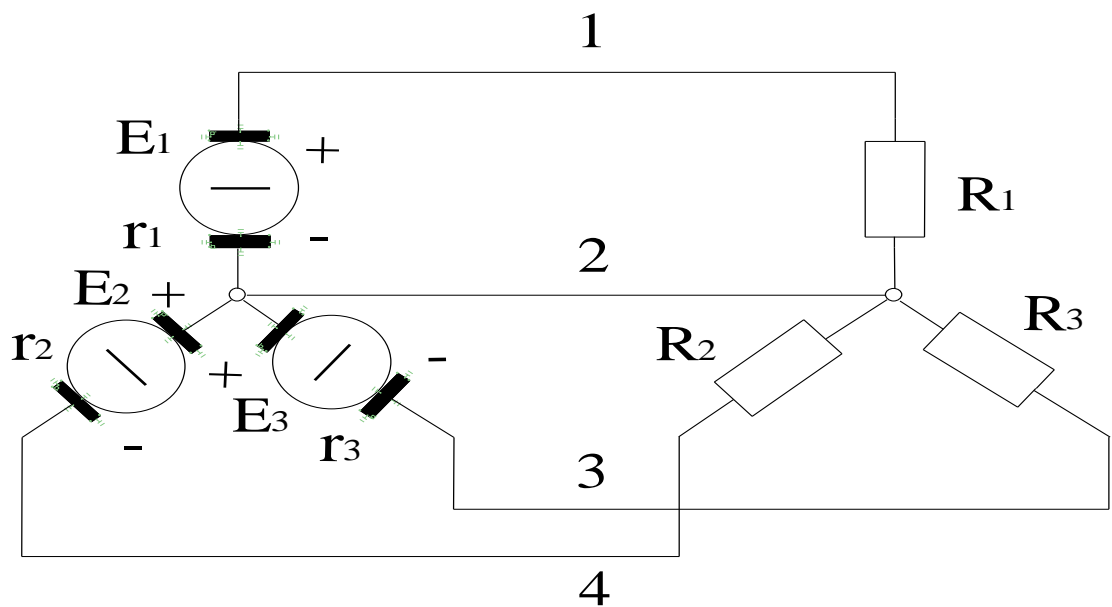


Fig. 3 – 15 pentru problema 48

49. Să se rezolve problema precedentă atunci când rezistențele receptoarelor sunt egale  $R_1 = R_2 = R_3 = 4,1 \Omega$ .

50. Pentru circuitul electric din Fig. 3 – 16 să se aplice metoda teoremelor lui Kirchhoff și să se stabilească numărul de curenți diferiți (practic numărul de laturi de circuit) și să se stabilească numărul de ecuații care pot fi scrise cu prima teoremă și a doua teoremă a lui Kirchhoff; să se stabilească și numărul de contururi.

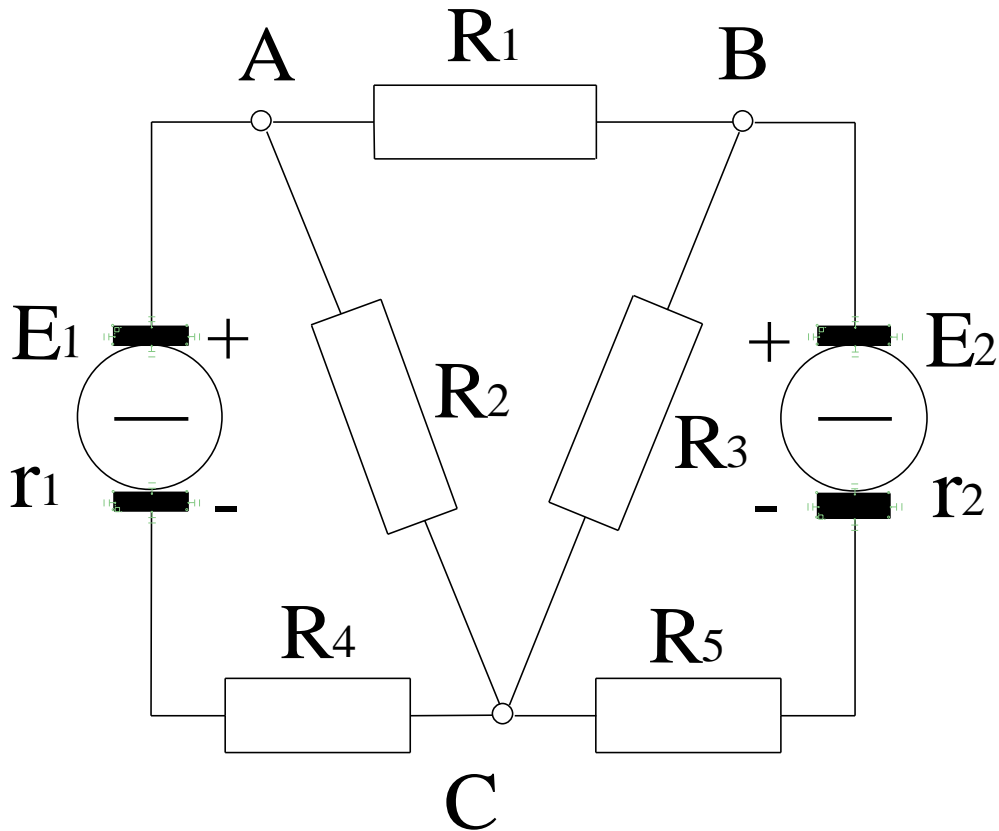


Fig. 3 - 16

51. Cu datele din problema precedentă să se stabilească numărul de ecuații necesare pentru rezolvarea problemei prin metoda curenților ciclici.

52. Să se determine intensitățile curenților electrici prin fiecare latură a circuitului din Fig. 3 – 16, precum și puterile electrice dezvoltate de fiecare generator în parte dacă  $E_1 = 40 \text{ V}$ ,  $E_2 = 30 \text{ V}$ ,  $r_1 = r_2 = 0,4 \text{ } \Omega$ ,  $R_1 = 30 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 10 \text{ } \Omega$ , și  $R_4 = R_5 = 3,6 \text{ } \Omega$ .

53. Cu datele din problema precedentă să se determine intensitatea curentului electric prin latura de circuit AB prin metoda generatorului echivalent.

54. Să se determine intensitățile curenților electrici prin toate laturile circuitului din Fig. 3 – 17 dacă  $E_1 = 16,4 \text{ V}$ ,  $E_2 = 24,5 \text{ V}$ ,  $R_1 = 3 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = 0,8 \text{ } \Omega$ ,  $R_3 = 3 \text{ } \Omega$ ,  $R_4 = 5 \text{ } \Omega$  și  $r_1 = r_2 = 2 \text{ } \Omega$ .

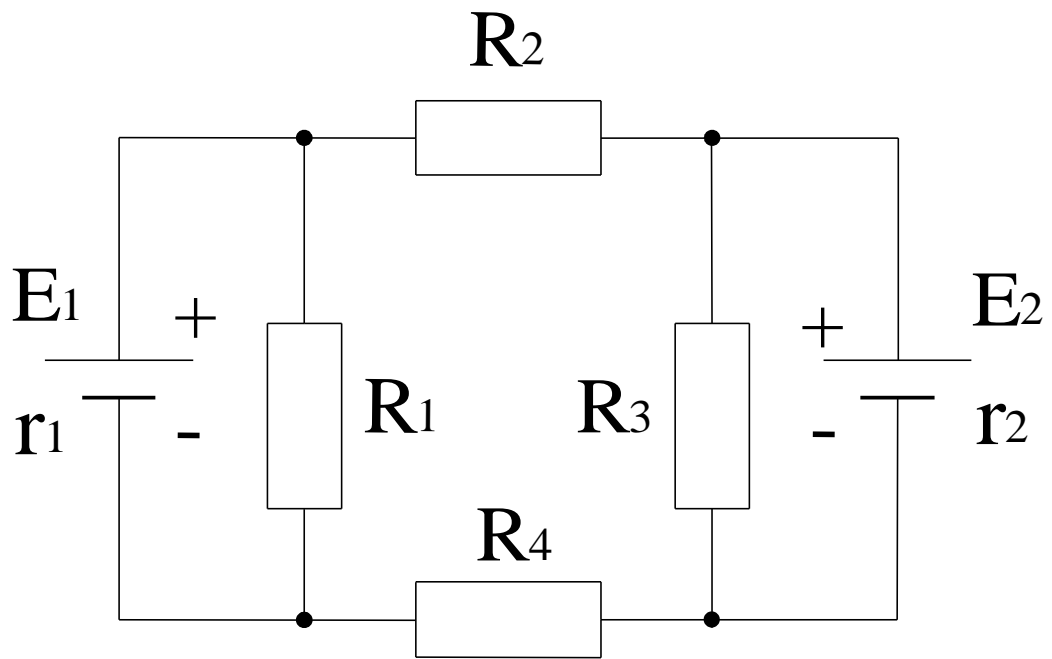


Fig. 3 – 17 pentru problema 54

3 - 7. Problema de verificare

Să se stabilească ecuațiile după a doua teoremă a lui Kirchhoff pentru câte unul din contururile indicate în variantele problemei prin tabelele 3 - 3 și 3 - 4 corespunzătoare circuitelor din Fig. 3 - 18 și Fig. 3 - 19. Să se aleagă sensul orar de parcurgere al circuitului.

Tabelul 3 - 3

Numărul variantei	Conturul circuitului
1	ABOGKLA
3	BCDFGOB
5	ABCDOLA
7	LODFGKL
9	ABODFGKLA
11	CBOLKGFDC
13	GKLABCDOG
15	ABCDFGOLA
17	ABCDFGKLA

Tabelul 3 - 4

Numărul variantei	Conturul Circuitului
2	ABODA
4	DOBCD
6	AOCDA
8	ABCOA
10	AOBCDA
12	AODCBA
14	DABOCDA
16	BCODAB
18	ABCD A

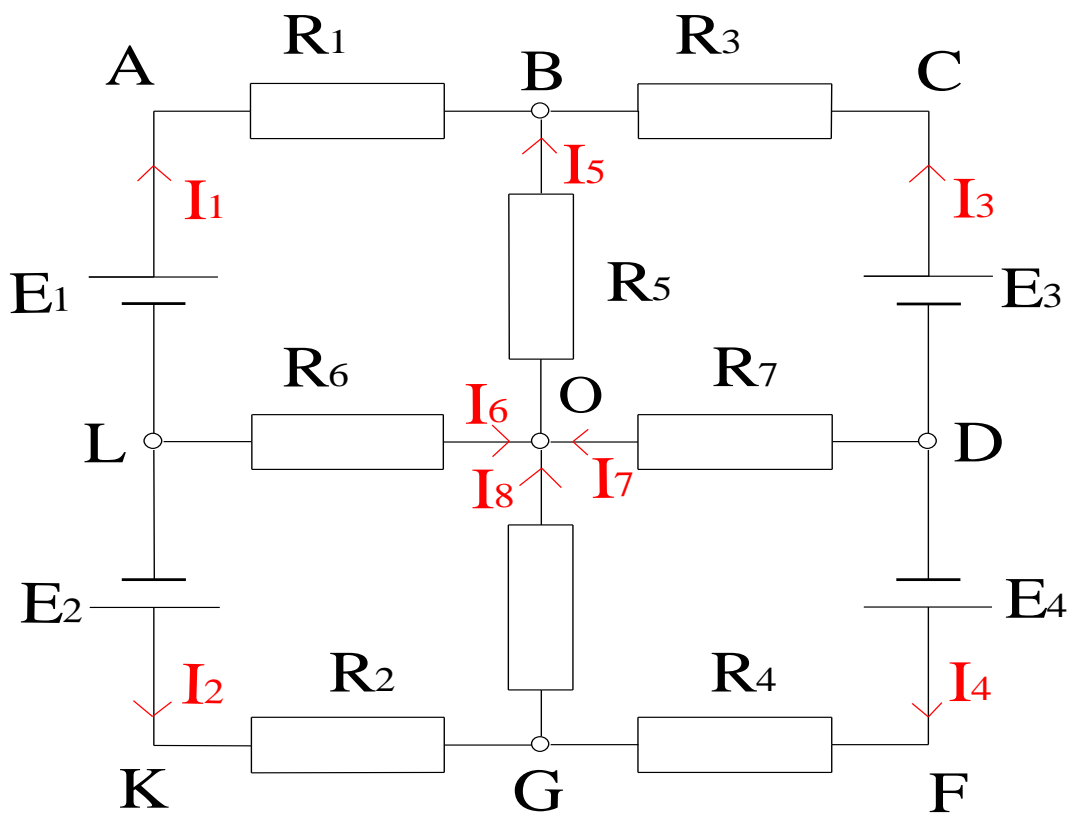


Fig. 3 - 18 pentru problema de verificare

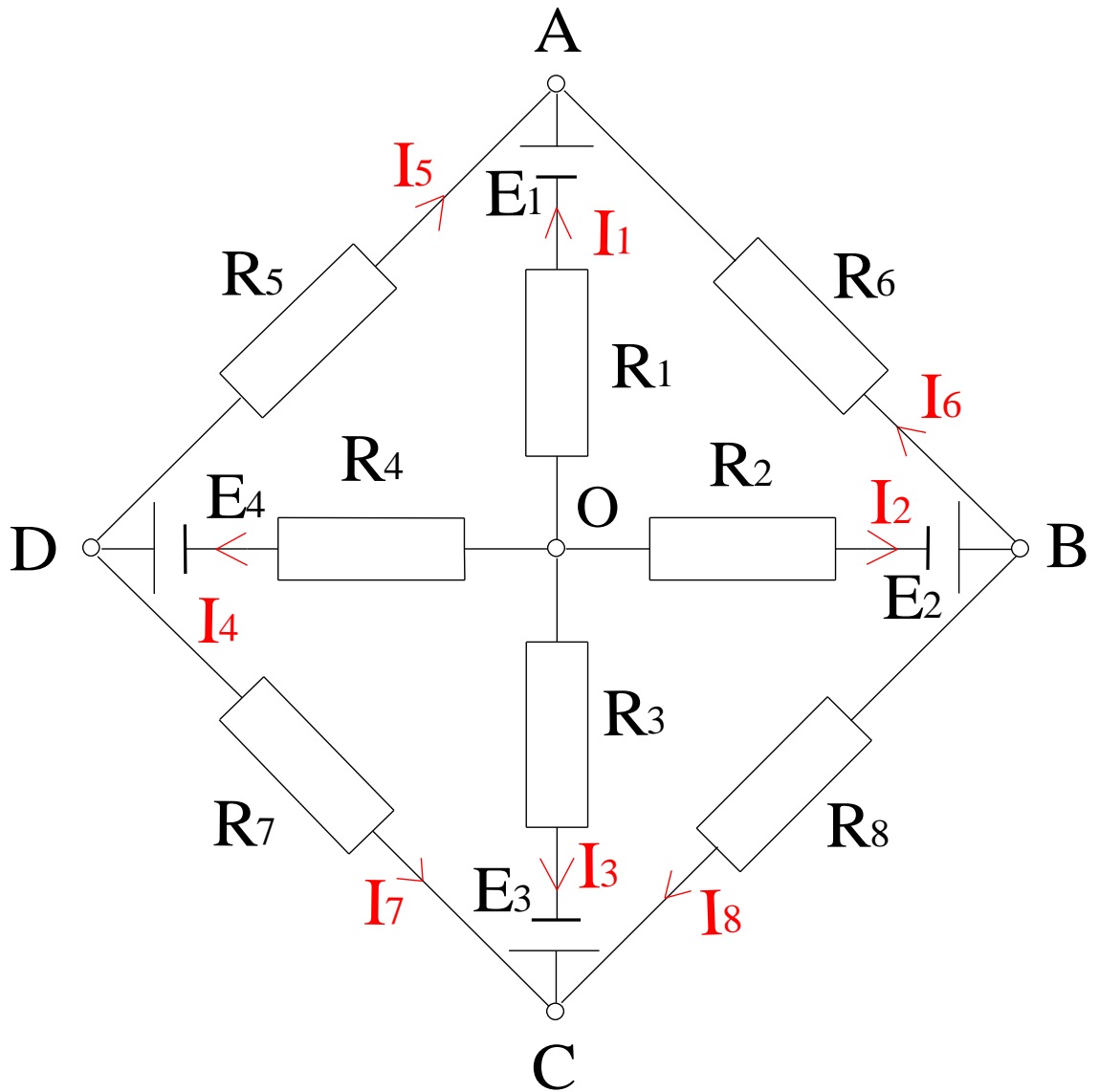


Fig. 3 – 19 pentru problema de verificare

3 – 8. Răspunsuri la problemele capitolului 3

43. 0,44 A, 0,86 A, 1,3 A.  
 44. 0, 0,75 A, 0,3 A, 0,45 A.  
 45. 70 V, toți curenții sunt egali cu 3,5 A.  
 46. 22,4 A, 11,2 A, 11,2 A.  
 47. a) 1,49  $\Omega$ , 120,6 V; b) 0,67 A, 7,33 A, 121,1 V.  
 48. Pentru schema din Fig. 3 – 14: 50 A, 50 A, 100 A; pentru schema din Fig. 3 – 15: 5 A, 150 A, 100 A, 100 A.  
 49. pentru schema din Fig. 3 – 14: 50 A, 0,0,5 A; pentru schema din Fig. 3 – 15 toți curenții sunt egali cu 50 A.  
 50. 5 curenți, două ecuații după prima teoremă a lui Kirchhoff și trei ecuații după a doua teoremă a lui Kirchhoff, șase contururi.



51. Trei ecuații

52. 3 A, 2,8 A, 0,2 A, 2,2 A, 2 A, 120 W.60 W.

53. 0,2 A.

54. 2,92 A, 3,52 A, 0,6 A, 4,68 A, 0,6 A, 5,28A.

Răspunsurile la problema de control după variantele problemei :

1.  $E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_5 I_5 - R_8 I_8$
2.  $E_4 - E_2 = - R_6 I_6 - R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_5 I_5$
3.  $E_4 - E_3 = R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_8 I_8 + R_5 I_5$
4.  $E_2 - E_4 = - R_4 I_4 + R_2 I_2 + R_8 I_8 - R_7 I_7$
5.  $E_1 - E_3 = R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_7 I_7 - R_6 I_6$
6.  $E_3 - E_1 = - R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_7 I_7 + R_5 I_5$
7.  $E_4 - E_2 = R_6 I_6 - R_7 I_7 + R_4 I_4 - R_2 I_2$
8.  $E_1 - E_3 = - R_6 I_6 + R_8 I_8 - R_3 I_3 + R_1 I_1$
9.  $E_1 + E_4 - E_2 = R_1 I_1 - R_5 I_5 - R_7 I_7 + R_4 I_4 - R_2 I_2$
10.  $E_2 - E_1 = - R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_8 I_8 - R_7 I_7 + R_5 I_5$
11.  $E_2 + E_3 - E_4 = R_3 I_3 - R_5 I_5 - R_6 I_6 + R_2 I_2 - R_4 I_4$
12.  $E_4 - E_1 = - R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_7 I_7 - R_8 I_8 + R_6 I_6$
13.  $E_1 - E_3 - E_2 = - R_2 I_2 + R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_7 I_7 - R_8 I_8$
14.  $E_3 - E_2 = R_5 I_5 - R_6 I_6 - R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_7 I_7$
15.  $E_1 - E_3 - E_4 = R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_8 I_8 - R_6 I_6$
16.  $- E_3 + E_4 = R_8 I_8 - R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_5 I_5 - R_6 I_6$
17.  $E_1 - E_3 + E_4 - E_2 = R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_2 I_2$
18.  $0 = - R_6 I_6 + R_8 I_8 - R_7 I_7 + R_5 I_5 .$

## Bibliografie

1. Ioan de Sabata – Bazele electrotehnicii, Litografia IPTVT, Timișoara, 1974;
2. Răduleț, R – Bazele electrotehnicii, Editura didactică și pedagogică, București, 1981;
3. Timotin, A și Hortopan, V. – Lecții de bazele electrotehnicii, Editura didactică și pedagogică, București, 1964;
4. Zaitchik, M.Y. – Problèmes et exercices d'électrotechnique générale, Editions Mir, Moscou, 1980.